141
~~J. VII. 5.~~
Algebra
Ma.
c 141.

Die Künst so ein *Araber* mit Charactern hat endecket
Und *Vieta* üntern Mantel derer Littern künd gethan
Beÿden Arten wird allhier helle Kertze aüfgestecket
Daß dieselbe ieder Rechner ohne Lehrer faßen kan.

I.D. de Montalegre fecit.

MANU CHRISTI PROTEGENTE!

M. Christian Pescheck's,

Gymn. Zitt. Coll. Senior. & Mathem.

Angehender

Algebraista,

Welcher

vermittelst etlicher Unterredungen, zwischen einem MAGISTRO und dessen SCHOLAR, in der unvergleichlichen Mathematischen Wissenschafft,

ALGEBRA NUMEROSA

und SPECIOSA,

dergestalt deutlich und begreifflich unterrichtet wird, daß ein Liebhaber dieser Wissenschafft dieselbe ohne mündliche Information fassen und erlernen kan.

Cōparavit ... dig Lisentraut ord: f. B.

Im gnadenreichen Christen-Jahr, Dessen Radix cubica war: 12† 16.

Zittau,
Verlegts Johann Jacob Schöps.

Banthe.

Einigen
besondern Verehrern und Beförderern
derer
Mathematischen
Wissenschafften
in dem
Marggrafthum Ober-Lausitz
wird
gegenwärtige Algebraische Arbeit in aller-
gehorsamster und dienstergebenster
Submission
dediciret und übergeben,
nemlich:

Denen

Denen
Hoch-Edelgebohrnen, Hoch- und Wohl-Ehrwürdigen, Hoch-Edlen, Vesten, Hochweisen, Hocherfahrnen, Hochgelahrten, Hoch-Wohl-Edlen, Großachtbaren und Wohlgelahrten Herren,

Herrn
D. Johann Wilhelm Gehlern,

Hochberühmten JCto, p. t. höchstlöbl. regierenden Bürgermeister der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Görlitz, als auch des Orts hochbestallten Steuer-Einnehmern.

Herrn
Urban Gottlieb Haußdorffen,

vortrefflichen Theologo, und des Zittauischen Reverendi Ministerii hochverdienten Pastori Primario.

Herrn

Herrn

D. Christian Siegfried Neseno,

Hochberühmten JCto, und Hochverdienten höchstlöbl. regierenden Stadt-Richter der Königl. und Churfürstl. Sächsischen Sechs-Stadt Zittau.

Herrn

D. Johann Friedrich Ettmüllern,

Hochberühmten JCto, und Hochansehnlichen Gerichts-Assessori der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Herrn

D. Johann Gottlieb Hornigen,

Hochberühmten JCto, und hochverdienten Senatori, als auch ad pias Causas hochansehnlichen Deputato, der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Herrn
D. Jacob Heinrich
Wintzigern,
Weitberühmten JCto, und hoch-meritirten Senatori der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Herrn
D. Carl Gottlob
Rückern,
der Medicin weitberühmten und hocherfahrnen Practico der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Herrn
Lic. Johann Christian
Essenbergern,
Weitberühmten JCto, und hochansehnlichen Scabino, wie auch hochverdienten Proto-Notario und Kirchen-Vorsteher der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Lauban.

Herrn

Herrn

M. Joh. Schönfeldern,

der Christl. Gemeine zu Herwigsdorff bey Zittau, treuwachsamen und längst wohlverdienten Pastori.

Herrn

Gottlob Amando Gebhardten,

Berühmten JCto, und hochverdienten Proto-Notario der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Herrn

Carl Philipp Just,

Berühmten JCto, und wohlverdienten Unter-Stadt-Schreiber der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Herrn
Wilhelm Nicolaus Dubelio,
J. U. Cand. und Not. Publ. Cæsareo, als auch wohlbestalten Hospital-Verwaltern zu St. Jacob, der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Herrn
Jacob Friedrich Knebeln,
J. U. Cand. und vornehmen Bürger, als auch ad pias Causas wohlverordneten Deputato, in der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Herrn
Friedrich Gustav Vollharten,
Berühmten JCto, beyder Marggrafthümer Ober- und Nieder-Lausitz geschwornen Ober-Amts-Advocato in der Königl. und Churfürstl. Sächs. Sechs-Stadt Zittau.

Meinen allerseits insonders Hochzuehrenden Herren, respective Patronis, Hoch- und Werthgeschätzten Gönnern und Freunden.

Hoch-

Hoch-Edelgebohrne, Hoch- und Wohlehrwürdige, Hoch-Edle, Veste, Hochweise, Hocherfahrner, Hochgelehrte, Hoch-Wohledle, Großachtbare und Wohlgelahrte Herren,

Insonders Hochzuehrende Herren, resp. Patroni, hoch- und werthgeschätzte vornehme Gönner und Freunde.

Ihro Hoch-Edelgebohrnen, Hoch- und Wohl-Ehrw. Hoch- und Wohl-Edlen werden mir allergütigst erlauben gantz dienstgehorsamst voraus zu bitten, daß Dieselben, beym ersten Anblick dieser mit Algebraischen

 Zeichen

Zeichen angefüllete Blätter, Ihre lebhaffte Farbe nicht ändern, noch weniger Deroselben angebohrne und weitgepriesene Humanität einen Abbruch leiden lassen, weil ich mich unterstanden, gegenwärtigen neuangehenden Algebraisten Deroselben allerseits Hochschätzbare und weitberühmte Namen samt Deroselben Ehren-vollen Bedienungen und wichtigen Aemtern vorzusetzen.

Ihro Hoch-Edelgebohrnen Hoch- und Wohl-Ehrw. Hoch- und Wohl-Edlen zürnen nicht; Denn es erforderts nicht allein die Billigkeit, sondern auch die Schuldigkeit befiehlet, solches zu thun,

daß

daß man dergleichen besondern Verehrern und Beförderern derer Mathematischen Wissenschafften, auf eine nur ersinnliche Art und Weise Danck- Denck- und Ehren-Pyramiden aufzurichten sich bemühe, vermittelst welchen die Posterität sehen und lesen kan, was vor ansehnliche und excellente Männer, die unvergleichliche und allen dreyen Haupt-Ständen höchst dienliche Mathematique, zu ihrer Beförderung, Wachsthume und Patrocinio gehabt.

Was mir demnach die unverwerffliche Billigkeit, und gebietende Schuldigkeit von Rechts-wegen zu thun aufgetragen, dasselbe habe nun

nun bey dieser Gelegenheit mit allem dienstgehorsamsten Respect ins Werck zu stellen, mir unermüdet angelegen seyn lassen, und gegenwärtigen, vor neuangehende Algebraisten in aller aufrichtigen Einfallt abgefaßten Unterricht Jhro Hoch-Edelgebohrnen Hoch- und Wohl-Ehrw. Hoch- und Wohl-Edlen in dienstgehorsamster und ergebenster Submission zum ewigen Andencken zu dediciren und zu übergeben mich erkühnet, nebst hertzinniglicher Apprecation: daß, gleich wie der Algeber ihre gröste Kunst und besonderes Geheimniß oder Force in Æquationibus oder Gleichungen unterschiedlicher Grös-

Grössen bestehet, sie mögen nun Quanta realia oder moralia seyn, vermittelst welcher dieselbe Radicem zu produciren, das gegebene Problema aufzulösen, und die verlangte Antwort hervor zu bringen weiß. Ihro Hoch-Edelgebohrnen, Hoch- und Wohl-Ehrw. Hoch- und Wohl-Edlen, gleichfalls so offt Dieselben zwischen denen Quantis moralibus, deren der heil. Paulus gedencket, ich meyne Glaube, Hoffnung, Liebe, in Dero Christl. Lebens-Wandel eine Æquation oder Gleichung anstellen, und nach vieler geistlicher Reduction, Abbreviation und Reduction, insonderheit, wenn der Lebens-Cours nach Göttlicher Ordnung zu Ende gehen

gehen soll, Krafft des Blutes Ihres und meines Lammes, der erwünschte Radix hervorkomme, welcher heisset: Beatitudo! Unter welcher aufrichtigen und ungeheuchelten Felicitation ich, die wenige Zeit, so mir der Allerhöchste noch zu leben verleihen wird, mit allen gehorsamsten und dienstergebensten Respect verharre

Ihro Hoch-Edelgebohrnen,
Hoch-Ehrw. Hoch- und
Wohl-Edlen,

Meiner allerseits insonders Hochzuehrenden Herren, resp. Patronen, hoch- und werthgeschätzten vornehmen Gönner

Dienstgehorsamster und dienstwilligster alter Diener,
M. Christian Pescheck.

Vor-

Vorbericht.

ENdlich erscheinet auch, durch Göttlichen Beystand, der allbereit An. 1730. versprochene **angehende Algebraista** an das Tagelicht. Nach der Ursache zu fragen, warum derselbe nicht viel eher zum Vorschein kommen? wird die Liebhaber meiner Schrifften wenig contentiren, wenn ich gleich theils einwenden wolte, daß sich bishero kein

Verleger angegeben, der mich zur Ausarbeitung desselben angespornet hätte; theils auch, daß ich ein Bedencken getragen, einen Verleger zu dieser Algebraischen Schrifft zu suchen, und ihme solche anzupreisen, weil diese Wissenschafft nicht iedermanns Ding ist. Ich gestehe es offenhertzig, wenn von einigen Liebhabern meiner Mathematischen Schrifften, durch vieles sowol mündliches als auch schrifftliches Solicitiren, und mancherley plausible Vorstellungen mir diese Arbeit, so zu reden, nicht wäre abgezwungen worden, hätte ich dieselbe in meinem hohen Alter nicht vorgenommen, und mich der ietzigen Welt-Censur exponiret. Wie er nun, ich meyne dieser

Algebraista, von denen Liebhabern und Verehrern dergleichen Mathematischen Rechnungen wird aufgenommen und accommodiret werden, solches muß er sich gefallen lassen, und sich mit dem gewöhnlichen Lateinischen Proverbio aufrichten: Culpatur ab his, laudatur ab illis.

Warum ich mich aber in Ausarbeitung dieser Bogen nicht der ordentlichen und beliebten Mathematischen Lehr-Art bedienet, sondern diese Wissenschafft vermittelst einiger Unterredungen zwischen einem Magistro und dessen Scholar, vorgetragen, dieses ist geschehen, theils vermittelst des schertzenden und wanckelmüthigen Scholaren, die Verächter der

Algebraischen Rechnungen abzuweisen, und ihre Einwendungen zu widerlegen, theils denen damit zu gratificiren, welche die Mathematische Lehr-Art nicht verstehen; Sintemal dieses Buch mehrentheils vor sie ist zum Drucke befördert worden.

Wann einer aus diesem neu angehenden Algebraisten die Erkänntniß von der Algeber erhalten, nemlich, was das vor eine Wissenschafft sey, und worinnen ihre Kunst bestehet, alsdenn kan er sich derer vortrefflichen Mathematicorum ihre edirte Bücher anschaffen, ich meyne sowol des hochberühmten Preußischen Geheimden Raths und Cantzlers, Herrn Wolffs, Anfangs-Gründe aller Mathe-

matischen

matischen Wissenschafften, als auch Herrn Prof. **Wiedeburgs** Einleitung zu denen Mathematischen Wissenschafften, und Herrn Prof. **Sturms** kurtzen Begriff der gesamten Mathesis, vermittelst welcher Bücher derselbe zur Vollkommenheit gelangen kan. Ich aber habe mich mehrentheils zur Ausarbeitung dieses Tractätgens bedienet:

1) D. Heinrich **Horchens**, Prof. und Predigers zu Herborn, An. 1695. edirten Algebra.

2) Christian **Scheßlers**, gewesenen Mathematici und Ingenieurs zu Dreßden, seines Anno 1720. edirten Arithmetischen Haupt-Schlüssels.

3) Johann **Kleemanns**, Schul-Bedientens in Altdorff bey Nürnberg, seines grossen Nürnbergischen Rechen-Buches, so er An. 1715. ediren lassen.

Anbey wird auch denenjenigen gerathen, welche aus diesem Buche die Erkänntniß von der Algebra erhalten wollen, daß sie sich meinen so genannten Arith- und Geometrischen Wurtzel-Mann darzu kauffen, und solchen durchgehen; Jedoch müssen vorhero unter denen vielen Fehlern zwey grosse geändert werden, der erste stehet Pag. 85. Lin. 6. 131062 thlr. es soll aber stehen: 1048576. Der andere ist anzutreffen Pag. 136. allwo im ersten Exempel zur

Ubung

Ubung stehet: 52837150804448, es soll aber stehen: 135260546059468 8. Jngleichen wird nicht unrecht seyn, daß sie sich sowol meinen Dreyeck-Messer, oder Trigonometram, als auch den rechnenden Feld-Messer, oder Geometram anschaffen, beyde diese Bücher sind bey Herrn David Richtern, Buchhändlern in Budißin, zu bekommen.

So viel habe bey Edirung des gegenwärtigen Algebraisten erinnern und bekannt machen wollen, nebst freundlicher und Christlicher Bitte, dafern ich da oder dorten aus Schwachheit geirret, solchen meinen begangenen Irrthum, in Ansehung meines hohen Alters,

ters, in meliorem partem zu interpretiren, und solchen Fehler mit dem Mantel der Christlichen Liebe zuzudecken, oder zu verbessern. Geschrieben in Zittau vor der Leipziger Oster-Messe: Im gnadenreichen Christen-Jahr, dessen

Radix cubica war

12 † 16.

JESU Benedicente!

Die erste Unterredung.

Von der Algebra ihren Namen, Veränderung und Nutzen.

Scholar.

Sieber Herr Magister, ich habe einige Jahre her mich von ihnen sowol in der Teutschen, als auch kürtzen Rechnungs-Art, die man abusive die Italienische Practic nennet, nichts destoweniger auch in den übrigen sowol Kauffmann- und Oeconomischen Rechnungen informiren lassen; Ingleichen habe auch auf des Herrn Magisters Gutbefinden und Einrathen, mich Dero fidelen Unterweisung in der Geometrie oder Feld-Meß-Kunst; Stereometrie oder Cörper-Messung; Trigonometrie oder Dreyeck-Meß-Kunst, nebst der Astronomie oder Stern-Wissenschafft, fleißig und mit Vergnügen bedienet, daß ich solchergestalt die

Mathematischen Bücher ietzo mit einer besondern Gemüths-Ergötzung und grossem Nutzen lesen und verstehen kan, mithin, wenn ich zuweilen unter eine solche Gesellschafft gerathe, da von Mathematischen Wissenschafften und Erfindungen mancherley Mathematischen Wahrheit und bisher verborgenen Dingen discuriret wird, ich mein Wort und Meynung auch darzu geben kan, da hingegen andere nur mit Stillschweigen als schamrothe Litterati dabey zu sitzen pflegen, wie mir dann selbst vor kurtzer Zeit eine solche Schamröthe abgejaget wurde, da ich in eine feine Gesellschafft von studirenden jungen Leuten kam, allwo von Mathematischen Wissenschafften mit besonderm Vergnügen pro & contra gesprochen wurde, und unter andern auch auf die Algebram kamen, wie dieselbige heutiges Tages, da und dorten, wegen ihres unvergleichlichen Nutzens sowol in der Geometria, Stereometria, Trigonometria, Optica, Mechanica, Physica u. s. w. in grossem Ansehen stehe, und von vielen Gelehrten als auch Fürstlichen Personen geliebet und gelernet wird, wurde ich schamroth, weil ich aus Unwissenheit dieser Scienz mein Wort oder Videtur darzu nicht geben konte, sondern mit verschlossenem Munde die Laudes dieser Wissenschafft oder Algebra nicht allein anhören, sondern auch die vorgebrachten nützlichen Problemata und Aufgaben unaufgelöst vorbey gehen lassen müssen, welches mich dergestalt geschmertzet, daß ich dahero die Resolution gefasset,

fasset, auch die Algebram zu lernen; Jedoch mit dem Bedinge, daferne dieselbe mit der sogenannten schwartzen Kunst in Gemeinschafft stünde, ich davon nichts wissen, vielweniger dieselbe lernen will. Denn ich habe bey der Gesellschafft gesehen, daß sie auf den Tisch wunderliche Zeichen und Characteres schrieben, die unter andern also aussahen: 3 ℭ 2Z † 4 2e ÷ 6. oder 3 ℭ 2aa † 4a ÷ 6. ✱ :: √, = und so weiter. Und weil dieselben, wie ich theils aus Dero edirten Büchern ersehen, theils aus ihrem Munde selbst gehöret, welcher Massen Sie die Algebram auch verstehen. Als bitte dienstergebenst, mir darinnen, wie in andern Mathematischen Wissenschafften geschehen, auch einen aufrichtigen Unterricht mitzutheilen. Ich habe mir zwar allbereit unterschiedliche Bücher angeschafft, welche von der Algebra handeln, allein ich muß gestehen, daß ich aus denenselben diese so gelobte Wissenschafft nicht erlernen und begreiffen kan, da ich sie doch mehr als zehenmal durchgelesen habe.

Magister.

Mein lieber Freund. Die Algebra, oder wie sie von Frantzosen ausgesprochen wird, Algebre (Alscheber) ist nicht iedermans Ding, ich meyne, es schicket sich nicht ieder Kopff darzu, und ist auch nicht iedwedem Kopffe zu wissen nöthig. Wer zu Mathematischen Wissenschafften nicht einen besondern Trieb oder Inclination

hat, der thut viel klüger, wenn er nur diejenige Wissenschafft wohl excoliret, zu welcher er einen besondern Zug empfindet, und vermittelst derselben seinem GOtt und Nächsten dienen kan. Ob es zwar einem Litterato eine Ehre ist, wenn er die Algebram verstehet, und mit den Mathematicis davon zu discuriren, und ihre Problemata aufzulösen weiß, unterdessen darff derselbe nicht schamroth werden, wenn er dieselbe auch nicht verstehet, aber sonsten in seinem Scibili wohl erfahren ist, und sein Brod verdienen kan. Mancher ist ein vortrefflicher Algebraista, welcher alle, theils wahrhaffte und nützliche, theils auch fingirte und unnützliche Problemata auflösen, aber hingegen vermittelst derselben kaum einen Sperling ernähren kan.

Scholar.

Ey! Ey! Herr Magister. Die Algebra muß Ihnen gewiß gar wenig Geld eingebracht haben, weil Sie dieselbe nicht allzuwohl recommendiren.

Magister.

Ob mir zwar dieselbe, wenn ich die Wahrheit sagen soll, nicht viel eingebracht, sondern vielmehr manchen Tag und manche Stunde, die ich derselben gewidmet, verderben helffen, da ich sonsten diejenige Zeit nützlicher hätte anwenden können; So schreibe ich doch solches der Algebre nicht zur Disrenommée oder Verach-

tung,

tung, nein, nein, sondern ich will nur hiermit euch das falsche Præjudicium benehmen, da ihr euch in eurer vorhergehenden Anrede vergangen, und die Literatos, so die Algebram nicht verstehen, einer Schamröthe beschuldigen wollet, quasi vero, als wenn derjenige Literatus, so die Algebre nicht verstehet, schamroth müsse werden, wenn er zuweilen in eine Assemblé kommt, in welcher von der Algebre discuriret wird, und er nicht viel darzu sagen kan. Ihr solt wissen, daß von einem Literato nicht erfordert wird, daß er ein guter Algebraiste zugleich seyn, und Mathematische Aufgaben resolviren müsse, es ist schon genung, wenn er in seinem Scibili wohl versiret, und sein Brod verdienen kan. Allein, welcher unter denen Literatis von der Mathematique zugleich Profession machet, und in solcher Algebraischen Wissenschafft ein Fremdling ist, der mag schamroth werden, wenn von dieser sinnreichen Rechnung ein Discours formiret wird, und er dabey einen verschlossenen Mund haben muß.

Scholar.

Sie verzeihen, lieber Herr Magister, meiner Præcipitanz und Unwissenheit. Weil diese Algebraische Wissenschafft ietziger Zeit sehr hoch æstimiret, und wegen ihres, wie man vorgiebt, unvergleichlichen Nutzens, himmelhoch erhoben wird, so bin ich der beständigen Meynung gewesen, es müsse ein ieder Literatus dieselbe verstehen.

stehen. Nachdem ich nun eines andern bin belehret worden, daß die Algebra nicht iedermans Ding ist, wie Sie meynen, das ist, daß sich nicht eines Theils ieder Kopff darzu schicke, andern Theils auch nicht ieder Kopff dieselbe verstehen müsse, als will mich hinfüro über den oder jenen Literatum nicht moquiren, warum er die hochgepriesene Algebram nicht gelernet.

Unterdessen aber, was mich anbelanget, so befinde ich einen besondern Trieb in mir, dieselbe zu lernen. Bitte derowegen, mich länger mit solchen Ausschweiffungen nicht aufzuhalten, sondern vielmehr zur Information zu schreiten, und mir dieselbe anfangs deutlich zu beschreiben, und mir sodann auch durch einige Problemata ihren so hochgepriesenen Nutzen zu zeigen.

Magister.

Mein Freund. Ihr sollet vors erste wissen, daß diese Wissenschafft wie vielmal durch die Tauffe lauffen müssen. Die ersten Erfinder, als Araber, haben dieselbe unter dem Namen Coss getauffet, und dafern es erlaubet, das Wort als ein Lateinisches Wort anzunehmen, denn Cos heisset in derselben ein Wetzstein, so muß ich gestehen, wie daß das Judicium und Ingenium, als auch alle Argumenta daran können vortrefflich geschliffen und poliret werden, vermittelst welcher man die vornehmsten Geheimnisse der Mathematique mit besondern Vortheilen und Behendigkeiten entdecken, die

die schweresten Problemata auflösen, die wichtigsten Propositiones demonstriren, und allerhand nützliche Theoremata, das ist, Lehr-Sätze, gar leichte erfinden kan. Von derselben bekömmt die Arithmetique ihre Vollkommenheit; Geometrie ihre Klarheit; die Optic oder Perspectiv-Kunst ihren vollkommenen Grund und Verstand, und die Mechanic erhält durch sie den rechten Wegweiser. Mit einem Worte: Sie ist ein pures Ratiocinium, und rechte Logic; denn dieselbe lehret die Vernunfft aus bekannten und gegebenen oder zugelassenen Dingen, die verborgene Wahrheit auszufinden, und von der Falschheit abzusondern. Nachgehends hat man die Coss der Jugend unter dem Namen Algebra mit dem Zusatze Numerosa vorgetragen, so gleichfalls eine Arabische Benennung seyn soll. Der Weltberühmte Preußische Geheimde Rath **Wolff** spricht, daß man nicht unrecht thäte, wenn man das Arabische Wort Algebra nach Teutscher Mund-Art ausspreche, und sie eine Algeberin nennete, weil sie alle Adminicula hergiebet, die zu Erfindung einer Mathematischen Wahrheit dienen. In den neuern Zeiten, weil man da und dorten an derselben vieles ausgebessert und geändert, insonderheit da man ihre Characteres oder Zeichen abgeschaffet, und ihre Ziffern oder Zahlen in Buchstaben verwandelt, wird sie genannt, bald Algebra speciosa, das ist, die besondere und vortreffliche Buchstab-Rechnung, welche

die Coss, so die alten Rechen-Meister, nemlich **Christoph Rudolph** und **Michel Stiefel**, als eine gemeine Regel der Rechen-Kunst der Jugend vorgetragen, in weitem übertreffen soll. Bald heisset man sie Analysin oder Artem analyticam, weil sie lehret, wie man Problemata Geometrica, Stereometrica, Trigonometrica, Astronomica, Gnomonica, Mechanica u. s. w. nach Vergnügen auflösen und beantworten könne. Bald wird sie tituliret Algebra Vietana, und zwar darum, weil Franciscus Vieta 1590. der alten Algebraisten ihre Characteres verworffen, und hingegen die Buchstaben des Alphabets vor bequemer hierzu zu seyn erachtet. Was nun vor ein Unterscheid unter einem Mantel und Roquelaure (Rockelohr) anzutreffen, diesen kan man sich zwischen der Coss oder Algebra numerosa und Algebra speciosa vorstellen; jene hat die Bahn zur Auflösung derer Mathematischen Problematum vermittelst unterschiedlicher Zeichen und gewöhnlichen Zahlen gebrochen; diese hingegen hat ihre Zeichen und ordentliche Ziffern abgeschaffet, und sich dafür nebst andern leichtern Zeichen die Buchstaben des kleinen Alphabets, so man in der Buchdruckerey kleine Mittel-Cursiv zu nennen pflegt, erwehlet, und, so zu schertzen, den Rockelohr angezogen, weil er viel commoder als der Mantel seyn soll. Inzwischen giebt es fast mehr Mathematicos, die es lieber mit der Algebra numerosa oder Coss halten, weil die-

selbe

selbe durch ihre angenommene Zeichen und ordentliche Zahlen oder Ziffern eine Sache deutlicher und begreifflicher vorstellen kan, als die Algebra speciosa mit ihren angenommenen Buchstaben.

Scholar.

Mein Herr Magister, wollen Sie nicht von der Güte seyn, und mir durch einige wenige Exempel den Unterscheid zwischen der Cos oder Algebra numerosa und Algebra speciosa zeigen, damit ich mir einen bessern Begriff von beyden Rechnungen machen könne.

Magister.

Warum nicht, es ist meine Schuldigkeit, eurem Verlangen zu gratificiren. Mercket denselben, wie folget: Wenn die alten Cossisten oder Algebraisten die erste Quantität oder Grösse, das ist, den Ursprung entweder einer Zahl-Summe, oder Fläche, oder eines Cörpers haben bemercken wollen, so haben sie R. oder 2e, oder 2e geschrieben, das heist Radix oder Wurtzel; Hingegen die Neoterici oder neuern Algebraisten setzen an statt R. entweder den Buchstaben a oder b oder c; x oder y oder z. Wenn die alten Algebraisten Zensus, das ist, eine Quadrat-Fläche, mit einem Z oder z angemercket, so schreiben die Neoterici oder ietzigen Algebraisten an statt Z entweder aa, oder bb, oder yy, oder xx, oder zz, oder, die vielen Buchstaben zu vermeiden, schreiben sie a^2, oder b^2,

oder y^2, oder x^2, oder z^2. Wenn die alten Algebraisten einen Cubum, das ist, ein würfflichtes Corpus haben anmercken wollen, so haben sie es mit einem Ce oder ꝶ notiret. Hingegen die neuern schreiben dafür entweder aaa, oder bbb, oder yyy, oder xxx, oder zzz, oder kürtzer a^3, oder b^3, oder y^3, oder x^3, oder z^3. Wie davon in folgender Unterredung ein mehreres soll gesaget und beygebracht werden.

Scholar.

Ich werde mich meines Erachtens bald in die Algebraische Zauberey finden, und scheinet mir nicht so schwer zu seyn, als sie von vielen angegeben wird.

Magister.

Sachte, sachte, mein Freund! der Berg ist noch nicht überstiegen, wir stehen noch vor demselben. Die Algebraische Nuß hat gleichwol gar eine harte Schale, wofern ich euch nicht helffe dieselbe aufzubeissen, so wird sie von euch gewiß unaufgebissen bleiben.

Scholar.

Herr Magister, Sie müssen nicht so reden, sonst werde ich dadurch abgeschrecket, und trete auf die hintern Füsse. Wo bleibt sodann das Informations-Geld? Jedoch omnia conando docilis solertia vincit. Lust und Liebe zu einem Dinge, macht alle Mühe und Arbeit geringe. Sie fahren nur mit mir fort, den Berg zu steigen.

gen. Ich habe viel jüngere Füsse als Sie, ich werde Ihnen schon folgen. Und wenn gleich die Algebra eine steinharte Welsche Nuß seyn solte, so sollen doch meine jungen Zähne Herr darüber werden. Unterdessen bitte den Herrn Magister, in der einmal angetretenen Information fortzufahren, und mir vorhero überhaupt den grossen Nutzen der so hochgepriesenen und schweren Algebra anzusagen.

Magister.

Der Nutzen dieser Scienz eräussert sich in unterschiedenen Mathematischen Wissenschafften, insonderheit in der Arithmetica, Geometria, Stereometria, Trigonometria, Optica, Gnomonica, Mechanica, Physica u. s. w.

In Arithmetica

Können folgende Problemata oder Aufgaben vermittelst derselben aufgelöset werden. Z. E. aus der Summa zweyer Zahlen, welche 32. ausmacht, diejenige Zahl zu finden, welche um 8. grösser, oder auch um 8. kleiner ist als die andere?

2) Item, aus einer andern Summa von zwey Zahlen, welche 58. ausmacht, die eine davon zu finden, welche um 26. kleiner ist als die andere?

3) Item, zwey Zahlen zu finden, wovon die eine dreymal so groß als die andere, und beyde zusammen addirt 32. ausmachen?

4) Item,

4) Item, es hat einer zwey Bücher gekaufft für 30. Gr. vor das zweyte hat er 6. Gr. mehr gegeben, als für das erste. Wie viel hat iegliches Buch gekostet?

5) Item, es haben ihrer zwey zusammen 400. Rthlr. der andere hat 84. Rthlr. mehr als der erste; Wie viel Thaler hat ein ieder?

6) Item, Adam und Methusalem sind zusammen alt worden 1899. Jahr. Der andere aber hat 39. Jahr länger gelebt als der erste; Wie alt ist ein ieder worden?

7) Item, als man von einem Alt-Vater zu wissen verlangte, wie hoch sich das Alter eines ieden von seinen 4. Kindern erstrecke, hat er geantwortet: Mein jüngster Sohn ist um 4. Jahr älter als meine jüngste Tochter, und mein zweyter Sohn ist so alt als sie beyde zugleich, und noch 2. Jahr drüber, und meine älteste Tochter ist halb so alt, und noch 5. Jahr darüber, als ihre drey Geschwister; ich aber als ein 80jähriger Mann bin nunmehro eben so alt als meine 4 Kinder zusammen. Fragt sichs demnach, wie alt ein iedes von den Kindern gewesen?

8) Item, Cupido beklagte sich einsmals bey seiner Mutter Venus, daß ihm die Musen seine Aepffel fast alle genommen, und sagte: Clio hat mir $\frac{1}{5}$. genommen, Euterpe $\frac{1}{12}$. Talia $\frac{1}{8}$. Melpomene $\frac{1}{20}$. Erato $\frac{1}{7}$. Terpsichore $\frac{1}{4}$. Polyhymnia 30. Urania 120. und Calliope, die Boshafftigste unter allen, 300. Wenn ich diesen Rest halbire, diesen halben Theil quadrire, hierzu den

den gantzen Rest weniger 3. addire, das Aggregat mit 5. multiplicire, so kommt gleich 3360. heraus, die Anzahl aller meiner Aepffel. Ist nun die Frage, wie viel der Rest gewesen?

9) Item, viererley Personen, Männer, Weiber, Junggesellen und Jungfern haben unter einander verzehret 50. Rthlr. Es sind aber so viel Weiber als Männer, und so viel Jungfern als Junggesellen gewesen, und zwar 4. Männer mehr als Junggesellen. Wenn ich die Zahl der Männer quadrire, und von dem Quadrat die Helffte des Quadrats der Junggesellen abziehe, so bleibt gleich 496. noch übrig. Ist nun die Frage: Wie viel iedes Geschlechtes Personen gewesen, und wie viel iedes hierzu gegeben?

10) Item, ein Knabe sagte zu einem alten Pilgers-Mann: Lieber Alter, es müssen euch wohl viele Jahre gedencken in der Welt? Ja freylich, versetzte der Pilgrim, iedoch mehr böse als gute. Und wenn ich meines bisherigen Alters nur noch ein Zehentheil, und des Zehentheils Quadrat-Wurtzel zu viermalen weniger ein Jahr leben solte, so wären meiner Jahre so viel über hundert, als ihrer ietzo drunter sind. Fragt der fürwitzige Knabe: Wie alt seyd ihr denn? Liebes Kind, sagte der Alte, lerne rechnen, so wirst du es selber finden.

11) Item, ein Goldschmid bekommt 27. Marck Silber, soll daraus 3. Schaalen machen, also: daß die erste halb so schwer als die dritte,

die andere aber 2 Marck schwerer sey als die dritte. Ist die Frage: Wie schwer iede insonderheit seyn werde?

12) Item, einer wird gefragt, wie viel er Geld habe, giebt zur Antwort: Wenn ich noch dreymal so viel hätte, als ich allbereit habe, so wären es gleich 100. Rthlr. Ist demnach die Frage: Wie viel er Geld gehabt?

Scholar.

Mein Herr Magister solche Arithmetische Aufgaben habe ich ja bey Ihnen nach der gemeinen Rechnung aufzulösen gelernet, nemlich per Regulam Virginum vel Cœci und Falsi, und sind auch einige darunter zu finden, welche vermittelst derer Finger sich auflösen lassen, und braucht man also hierzu nicht die so hoch gepriesene Algeber. Dafern dieselbe nicht mehr nutzet, als daß man nur dergleichen zur Ergötzung des Gemüths fingirte Aufgaben auflösen kan, welche nach der gemeinen Rechnung auch solviret werden können, so will fast Bedencken tragen, zur Erlernung der Algeber ferner Geld, Zeit und Mühe anzuwenden.

Magister.

Mein Freund! ihr habt vollkommen recht, wie daß sich die allbereit proponirte Arithmetische Problemata auch nach der gemeinen Berechnung solviren lassen; Ihr solt aber inzwischen wissen, daß man zur Solution dergleichen

Aufga-

Aufgaben viel geschwinder und leichter, als vermittelst der gemeinen Rechnung gelangen kan, auch öffters solche Aufgaben vorkommen, welche ohne Erkänntniß der Algeber nicht können aufgelöset werden: Sintemal die Algebra eine Mutter ist aller derer von euch ietzt beniemten Regeln der Rechen-Kunst, und andern Rechnungen mehr, welche sie gezeuget und zur Welt gebracht, auch immer noch mehr Theoremata oder Lehr-Sätze hervorbringet.

Scholar.

Die Zeit und der Progressus der Unterweisung wird es lehren. Der Herr Magister beliebe unterdessen in der Information fortzugehen, und mir den hochgepriesenen Nutzen der Algeber in den andern Mathematischen Wissenschafften zu zeigen.

Magister.

Gleichwie ich euch durch unterschiedene Arithmetische Aufgaben, welche per Algebram können solviret werden, den Nutzen augenscheinlich gezeiget, so soll es auch versprochener massen in folgenden Wissenschafften durch Problemata geschehen, als

in Geometria

kommen nachgesetzte Aufgaben zu solviren. Z. E. Man verlanget zwey Linien zu finden, welche sich gegen einander verhalten, wie 1. zu 6. und deren Summa 63. beträget. Wird gefragt: Wie lang iede sey?

2) Item,

2) Item, es hat eine Linie eine gewisse Anzahl Ruthen, wenn man nun von dem fünfften Theile derselben 4. subtrahiret, so bleibt 9. Ruthen. Wird nun nach der Länge dieser Linie gefraget?

3) Item, es soll eine Linie gefunden werden, wenn man $\frac{1}{2}$. mit $\frac{1}{3}$. der Länge multipliciret, daß 24. kömmt, wie lang ist solche?

4) Item, man hat zwey Linien, die eine ist 3. Schuh länger als die andere, wenn man nun die Länge der kleinern mit 4. und der grössern mit 7 multipliciret, und das Product von einander subtrahiret, daß der Rest 36. sey, wie lang wird iede Linie seyn?

5) Item, es werden zwey Linien begehret, welche zusammen 61. Schuh halten, und soll die grössere die kleinere noch um $\frac{1}{4}$ mal, weniger 2. Schuh, übertreffen, wie lang ist iedwede?

6) Item, es ist eine Linie eine gewisse Anzahl Ruthen lang, wenn solche quadrirt, und von solchem Quadrat die Länge der Linie genommen wird, so kommen 72. Ruthen. Wird gefragt nach der Länge dieser Linie?

In Trigonometria.

1) Es ist ein recht wincklichter Triangul, an welchen Basis noch so groß, als Cathetus, thut der Inhalt desselbigen 169. Grad. Ist die Frage nach der Länge des Catheti und der Basin?

2) Item,

2) Item, an einem recht wincklichten Triangul thut Basis 4. mehr als Cathetus, und ist der quadrirte Inhalt 96. Grad. Ist die Frage nach der Länge des Catheti und Basin?

3) Item, es ist ein Quadratum oblongum, an welchem die Länge und Breite 13. Gr. machen. Wie lang ist iede Seite insonderheit?

In Stereometria und Mechanica.

1) Einen Circkel zu finden, der so groß ist als die Fläche eines gegebenen Cylinders.

2) Item, aus der gegebenen Verhältniß der Höhe eines Cylinders zu seinem Diameter, und dem Diameter eines Circkels, der seiner Fläche gleich ist, die Höhe des Cylinders und seinen Diameter zu finden?

3) Item, aus dem gegebenen Diametro einer Kugel und der Höhe eines Cylinders, der ihr gleich ist, den Diameter des Cylinders zu finden?

In Optica.

1) Aus der gegebenen Weite eines strahlenden Puncts von dem Mittel-Puncte eines sphärischen Spiegels, den Punct zu finden, wo der reflectirte Strahl mit der Axe vereiniget wird.

2) Item, das Gesetze der Natur zu finden, nach welchem die Strahlen des Lichtes gebrochen werden, wenn sie aus einem durchsichtigen Cörper in einen andern dichteren fahren.

3) Item, den Punct zu finden, wo die Strahlen des Lichtes nach geschehener Refraction in dem Glase mit der Axe vereiniget werden.

In Physica.

1) Die Lehrsätze zu finden, nach welchen die Bewegungen zweyer Cörper, die sich die gantze Zeit ihrer Bewegung mit einerley Geschwindigkeit bewegen, verglichen werden.

2) Die Gesetze zu finden, nach welchen die schweren Cörper in einem Raume, da ihnen kein Widerstand geschiehet, herunter fallen.

3) Item, aus der gegebenen Zeit, in welcher ein Cörper durch eine gewisse Höhe gefallen ist, zu finden, wie er in iedem Theile derselben Zeit gefallen.

Scholar.

Ich bin Ihnen höchlich verbunden, daß Dieselben die Mühe über sich genommen, und mir gezeiget, was man, vermittelst der Algeber, in Arithmetica, Geometria, Trigonometria, Stereometria, Mechanica, Optica und Physica præstiren kan. Und ob ich zwar aus denen angeführten Aufgaben noch nicht den besondern grossen Nutzen der Algeber zu begreiffen fähig bin; sintemal ich mir vorhergehende Aufgaben als etwas überflüßiges, fingirtes und gar selten vorkommendes zu seyn erachte; Gläube aber, wenn wir die Algeber werden durchgesetzet, und mit mehrern Aufgaben erläutert haben, daß man alsdenn deroselben hochgepriesenen Nutzen destomehr werde admiriren können. Unterdessen bitte in der Information fortzufahren; denn ich bin begierig, dieselbe ie eher ie lieber verstehen zu lernen.

Die

Die andere Unterredung

handelt

De Præcognitis, oder von solchen Dingen, welche man vorhero wissen soll.

Magister.

Ehe und bevor wir zu Erlernung derer Specierum, nach Algebraischer Art, schreiten, nemlich zur Addition, Subtraction, Multiplication und Division, so müsset ihr vorhero eines und das andere voraus verstehen und begreiffen, welches ihr als primam speciem der gemeinen Rechen-Kunst, nemlich Numerationem, ansehen könnet. Ihr habt in der vorhergehenden Unterredung vernommen, wie daß die Algebra entweder vermittelst angenommener einiger Zeichen und ordentlichen Zahlen, die man dahero Algebram numerosam heisset, oder vermittelst derer Lateinischen Alphabets-Buchstaben, so man Algebram speciosam vel literalem nennet, solche Aufgaben, welche in die Mathematische Scienz lauffen, aufzulösen, und zu berechnen lehret, und dahero mercket euch folgenden Unterricht: Die Buchstaben des Alphabets, die sich die neuern Algebraisten an statt der Alten ihrer Zeichen erwählet haben, bedeuten an sich selbst keine eigentlich gemessene Grösse oder Quantität, wie die Arithme-

tischen Ziffern, sondern sie sind denen Nullen zu vergleichen, welche an sich selber nichts bedeuten, wenn man aber denenselben 1, 2, 3, 4, oder mehr geltende Ziffern vorsetzet, so bekommen sie alsdenn ihren Werth oder Dignität, und also ist es auch mit denen Buchstaben beschaffen, wenn man durch dieselben nicht eine Dignität oder Grösse bemercket, so gelten sie an und vor sich nichts. Und weil dieselben zur Auflösung eines Algebraischen Problematis viel bequemer fallen sollen, als die Cossischen Zeichen, wie schon etliche mal erwehnet worden, als haben die neuern Algebraisten die Buchstaben hierzu erkieset, womit sie entweder eine Zahl oder Ziffer, Linie oder Fläche, oder einen Cörper, die Grössen mögen bekannt oder unbekannt seyn, bezeichnen oder anmercken. Und werden demnach, welches voraus zu wissen nöthig, die bekannten und in der Aufgabe exprimirten Quantitäten oder Grössen mit denen ersten Buchstaben des Alphabets, als a, b, c, d, e, f, u. s. w. hingegen die unbekannten Quanta oder Grössen, welche durch den Proceſs der Algebræ, ich meyne per æquationem, sollen gesuchet und gefunden werden, mit denen letzten Buchstaben, x y oder z bezeichnet oder bemercket.

Scholar.

Dancke dem Herrn Magister vor den Anfang des Unterrichts; wollen Sie nicht die Liebe vor mich haben, und in dem Unterrichte weiter fortfahren, und mich unterweisen, wie eines Theils

die

die alten Cossisten ihre Characteres oder Zeichen geschrieben, gelesen und verstanden haben, andern Theils auch, wie die ietzigen Algebraisten die Grössen oder Quanta anzumercken pflegen?

Magister.

Dessentwegen seyd ihr bey mir in der Information-Stunde, und zahlet euer bedungenes Geld, daß ich euch alles sagen und zeigen soll. Mercket demnach, wie folget:

𝔑, oder o, oder n, heisset Numerus absolutus, womit eine iede gemeine oder ledige Zahl bezeichnet wird.

Re, oder 𝔯, oder 𝔯e, heisset Radix, teutsch eine Wurtzel, und wird hiermit bemercket entweder eine Zahl oder Linie, oder eine Seite einer Fläche oder eines Cörpers, die Grösse mag nun heissen ein Quadrat, Rectangulum, Parallelogrammum, oder sonst ein Cörper, er heisse wie er wolle. Die ietzigen Algebraisten aber notiren den Radicem mit a, b, c, oder x, y, z.

Z oder z heisset Zensus, oder das Quadratum des vorigen Radicis, das ist, eine Fläche, die eben so lang als breit, dessen Figur in meinem so genannten Arith- und Geometrischen Wurtzel-Manne pag. 2. zu sehen, wird aber von den ietzigen Algebraisten mit aa, bb, cc, oder xx, yy, zz, oder a^2, b^2, c^2, oder x^2, y^2, z^2, u. s. w. bemercket.

Ce oder & heisset Cubus, das ist eine cörperliche Figur, dessen Höhe, Breite und Länge einander gleich sind, siehet aus wie ein Würffel, dessen Figur in dem Wurtzel-Manne pag. 43. zu sehen ist, wird von den ietzigen Algebraisten notiret mit: aaa, bbb, ccc. u. s. w. oder xxx, yyy, zzz, oder also: a^3, b^3, c^3, x^3, y^3, z^3. u. s. w.

ZZ oder zz heisset Zens de Zens, oder Quadratum Quadrati, und ist ein länglicht vier-eckigtes Corpus, da so viel Cubi an einander gefüget sind, als so viel Puncte iede Seite lang ist. Oder, es ist ein Quadrat, da auf ieder Reihe oder Seiten so viel Quadrata sind, als so viel Puncte iede Seite lang ist; wie er aussiehet, zeiget mein Arith- und Geometrischer Wurtzel-Mann pag. 72. In der Algebraischen Analysi oder Buchstab-Rechnung wird derselbe folgender Massen angemercket: aaaa, bbbb, cccc, oder xxxx, yyyy, zzzz, gebräuchlicher aber ist diese Signatur: a^4, b^4, c^4, oder: x^4, y^4, z^4.

Mehrere Nachricht findet ihr von denen Radicibus in meinem Arith- und Geometrischen Wurtzel-Manne. Vor einen Anfänger ist es schon genung, wenn er sich in Erkänntnis derer ietzo erklärten Grössen oder Quantitäten feste setzet.

Scholar.

Ich meynte aber der alten Algebraisten ihre Signatur wäre viel leichter zu verstehen und bequemer

quemer zu gebrauchen als derer neuern. Man kan ja ein R so geschwinde schreiben als ein A; Ein einfaches Z viel geschwinder als zwey aa; Ingleichen ein C oder ℭ viel geschwinder als aaa; Item zwey zz viel geschwinder als vier aaaa, oder a^4.

Magister.

Ihr habt nicht unrecht. Unterdessen, weil diese Art von den meisten Mathematicis so beliebet und bequemer zu seyn angesehen worden, als muß man sich auch in die neue Mode schicken lernen. Wer ietzo, wie unsere Vorfahren, nur in einem Kleide ohne Camisohl; und nicht in einem, welches mit Haarboden-Sieben gesteifft, und die Falten mit Flonell ausgefüttert ist, nebst einer Weste, erscheinen, und solchergestalt einen Staat formiren wolte, der würde gewiß unter die Simplicisten gezehlet werden. Und überdis so hat man gleichwol, wie ich nicht läugnen kan, da und dorten, nach Beschaffenheit derer Algebraischen Aufgaben von der Algebra literali einige Vortheile zu gewarten, wie solches aus der künfftigen Analysi derer Aufgaben wird zu ersehen seyn.

Scholar.

Nachdem ich nicht gerne will unter die Simplicisten gezehlet werden, denn ich halte auch was von mir: Als will mich zu der neuen Mode zugleich mit bequemen. Sie belieben nur in dero fidelen Information fortzufahren.

Magister.

Nachdem die Algebraisten unterschiedene Zeichen erwehlet, derer sie sich bey Auflösung Algebraischer Aufgaben bedienen, als erachte vor nöthig zu seyn, euch solche gleichfalls beyzubringen und zu erklären, wie folget:

† Ist ein Additions-Zeichen, und bedeutet plus, das heisset mehr; z. E. a † b, das ist so zu verstehen: Wenn man das a einen Thaler, und das b 8. gl. gelten lässet, so heisset es 1. Rthlr. und 8. gl. oder man lasse das a einen Zensum, und das b einen Radicem gelten, so heisset es a^2 † b.

÷ oder – ist ein Subtractions-Zeichen, und heisset minus, bedeutet weniger. z. E. a ÷ b. Wenn man nun das a einen Thaler, und das b 8. gl. weniger gelten läst, so heisset es 1. Rthlr. weniger 8. gl. oder man lasse das a einen Cubum, und das b einen Zensum gelten, so heisset es alsdenn a^3 ÷ b^2. Wiewol diese beyde Zeichen nach Beschaffenheit der Aufgabe ihre Signification verändern, dergestalt, daß man das Zeichen † in Minus, und hingegen das Zeichen minus ÷ oder – in plus verwechseln muß, wie solches aus denen folgenden Addition- und Subtraction-Aufgaben zu ersehen seyn wird.

× oder ✱ ist ein Multiplication-Zeichen, als a × b, deutet, daß a mit b soll multipliciret werden.

werden. Wiewol die neuern Algebraisten bedienen sich entweder keines Zeichens, indem sie die Buchstaben, welche mit einander multipliciret werden sollen, zusammen setzen, oder sie deuten die Multiplication mit einem Commate oder Puncte an.

). oder (ist ein Division-Zeichen der alten Algebraisten, als a (b zeiget an, daß a durch b soll dividiret werden; Die neuern aber bedienen sich zweyer Puncte, welche in der Orthographie ein Colon heissen, oder sie schreiben die Buchstaben, welche einander dividiren sollen, wie in der Arithmetique Bruch-weise, als: $\frac{a}{b}$

∵ : : Proportions-Zeichen, als a, b : : c, d, dadurch wird angezeiget, wie sich verhält a zu b, also verhält sich auch c zu d. Z. E. Man lasse a 3, und b 6. Ellen, ingleichen c 6, und d 12. Ellen gelten, wie sich nun 3. gegen 6. verhält, denn 3. in 6. hab ich zweymal, also verhält sich auch 6. gegen 12, denn 6. in 12. hab ich auch zweymal.

√ Extraction- oder Radical-Zeichen, als √ʒ, √ℭ, √ʒʒ, u. s. w. oder, $\sqrt{}a^2$, $\sqrt{}a^3$, $\sqrt{}a^4$ zeiget an, was für ein Radix aus der Zahl oder Quantität soll verstanden und extrahiret werden. Als aus $\sqrt{}a^2$ soll die Quadrat-Wurtzel aus $\sqrt{}a^3$, soll die Cubic-Wurtzel, und aus $\sqrt{}a^4$ soll die

Zens de Zens-Wurtzel oder Quadratum Quadrati extrahiret werden.

= oder ∞ Æquations-Zeichen zeiget an die Vergleichung, wie daß die Zahl-Summen, oder Grössen beyde einander gleich sind. Z. E. $3 \dagger 2 = 5$ d. i. 3 und 2 ist der 5 gleich. Item, wenn man andeuten will, daß zwey Grössen einander gleich sind, so schreibt man $A = B$. Ingleichen, 2 Ce ÷ 5 Z † 3 R. ÷ 6. oder: $2aaa - 5aa \dagger 3a - 6$, oder: $2a^3 - 5a^2 \dagger 3a - 6 = 12$, das ist, wenn man Radicem 3 gelten lässet, so betragen $2a^3$, das sind zwey Cubi 54, ieder Cubus zu 27. gerechnet. Ferner $-5a^2$, das ist weniger 5 Zensus, welche 45 betragen, ieder Zensus zu 9 gerechnet, solche 45 von 54 abgezogen, bleibt 9. Item $\dagger 3a$, das ist 9 mehr, diese zu 9 addiret, thut 18. Endlich -6 solche von 18 abgezogen, bleibt Rest 12. Dieses heisset nun: $2a^3 - 5a^2 \dagger 3a - 6 = 12$. das ist: $2a^3$ ÷ $5a^2 \dagger 3a$ ÷ 6 ist gleich so viel als 12. Die gantze Demonstration siehet also aus:

$2a^3$ thun 54. Wenn R. oder a 3 gilt.
÷ $5a^2$ thun 45, solche abgezogen

9
$\dagger 3a$, thun 9 addirt

18
÷ 6 ist 6 subtrahirt

= 12.

Noch

Noch ein Exempel: $3b^3 \dagger 2b \div 4 = 196$. Wenn man Radicem oder b 4 lässet gelten, die Elaboration siehet also aus:

$3b^3$, thun	192	
$\dagger$ 2b, thun	8	add.
	200	
$\div$ 4 ist	..4	subtr.
$=$	196	

Ferner, es werden auch bey denen Algebraisten noch folgende Zeichen angetroffen:

$\backsim$ ist ein Zeichen, dadurch man anmercket, wenn zwey Quantitäten oder Grössen einander ähnlich sind, als $a \backsim b$, das heisset, die Grösse des a ist der Grösse des b ähnlich. z. E. Ein Gans-Ey ist einem Hüner-Ey ähnlich, aber ungleich der Grösse nach.

$>$ ist ein Zeichen, wodurch man anmercket, welche Quantität grösser ist als die andere. z. E. Wenn a grösser als b, so schreibet mans also: $a > b$. Man verstehe es also: lasset a 12, und b 9 gelten; weil nun die 12, die 9 in sich begreifft, und noch eine 3 darüber, so ist a grösser als b.

$<$ ist ein Zeichen, wodurch man anmercket, welche Grösse kleiner ist als die andere. z. E. Wenn a kleiner ist als b, so wird es also exprimiret: $a < b$. verstehet es also: Lasset a 9, und b 12 gelten, so kennet ihr

es

es begreiffen, daß a um 3 kleiner ist als b. Worbey annoch zu annotiren, wie daß die Eröffnung des Winckels oder Zeichens, so ein verkehrtes Lateinisches V ist, allemal gegen die grössere, der Schluß oder die Spitze des Winckels aber gegen die kleinere Grösse gerichtet seyn müsse. z. E. $12 > 9$ und $5 < 8$. Oder, überhaupt wenn A grösser als B, so schreibet mans also: $A > B$. Hingegen, wenn B grösser als A, so wird das Signum umgekehrt, und also $A < B$ exprimiret. Wenn ferner zwey Grössen A und B wären, und ich nicht wüste ob A grösser oder kleiner wäre als B, sondern es wäre mir nur bekannt, daß sie einander nicht gleich wären, so müste ich ihre Ungleichheit also notiren: $A >< B$.

Anbey wird auch nöthig seyn, daß ihr euch folgende Terminos erklären lasset, deren man sich bey dieser Algebraischen Wissenschafft zu bedienen pflegt, als:

Exponens, Exponentes, hierdurch werden diejenigen kleinern Ziffern verstanden, welche man über einen jeden Buchstaben zu setzen pfleget, als: a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, u. s. w. Diese Exponentes deuten an die Quanta oder Grössen. Z. E. a^2, exponiret oder zeiget an, daß es eine Grösse ist, welche man ein Quadratum oder Zensum nennet;

nennet; a^3, exponiret oder deutet an, eine Grösse, welche man einen Cubum heisset; a^4, exponiret oder zeiget an die Grösse, die man Biquadratum oder Zensizensum nennet. a^5, exponiret oder zeiget an, die Grösse, die man Sursolidum heisset; a^6, exponiret oder zeiget an, die Grösse, die man Zensi-Cubum nennet, u. s. w.

Ingleichen, durch die sehr kleinen Buchstaben, welche man über die grössern Buchstaben zu schreiben pflegt, als: x^m, y^n, z^t, verstehet man die unbekannten und undeterminirten Grössen.

Potenz, Potestät oder Dignität, hierdurch werden diejenigen Zahlen verstanden, vermittelst welcher die Grössen oder Quanta wachsen, als die allererste Grösse, oder Ursprung aller Grössen ist Radix, oder a, oder x oder y u. s. w. Deren Potestät ist 1. Ratio: Denn 1. ist der Anfang aller Zahlen oder Grössen.

Die andere oder folgende Grösse nach dem Radice heisset Quadratum oder Zensus, und entspringet aus der Multiplication zweyer gleichen Zahlen oder Grössen. Seine Potestät ist 2 Ratio: Der Exponens 1, und 1 addiret, bringet den ietzigen Exponenten 2.

Die dritte Grösse heisset Cubus, und entspringet, wenn man das Quadrat noch in

in eine Seite multipliciret, und also Länge, Breite und Höhe formiret; seine Potenz ist 3 Ratio: Der Exponens 1. und 2. addiret, bringet den ietzigen Exponenten 3.

Die vierdte Grösse heisset, Biquadratus oder Zens de Zens, und entspringet, so man den Cubum abermal in seine Wurtzel vielfältiget; Oder so man das Quadrat wieder quadriret, das ist, mit sich selbst vermehret; Seine Potestät ist 4. Ratio: Der Exponens 1. und 3. addirt, oder 2. und 2. colligirt, bringen den ietzigen Exponenten 4.

Die fünffte Grösse heisset, Sursolidus, und entstehet, wenn man das Biquadrat in seine Wurtzel vermehret, oder den Cubum in das Quadrat vielfältiget, seine Potestät ist 5. Ratio: Der Exponens 1 und 4 addirt, oder 3 und 2 colligirt, bringen den ietzigen Exponenten 5, u. s. w.

Factor, Factores oder Efficientes. Hierdurch werden diejenigen Zahlen verstanden, welche mit einander multipliciret werden; in der gemeinen Rechen-Kunst heissen dieselben Multiplicandus und Multiplicator. Z.E. 4 mit 12 multipliciret, kommt 48, und da heissen die beyden Zahlen, nemlich 4 und 12, Factores oder Efficientes von Product 48.

Scho-

Scholar.

Ich werde mich nun bald in die erlaubte Zauberey und Zeichen-Deuterey finden, Sie belieben mir nur noch einige Exempel vorzuschreiben, wie man solche sowol nach der Algebra numerosa als auch speciosa pronunciren, lesen, und aussprechen soll.

Magister.

Leset folgende Exempel durch, so wird hiermit euerm Verlangen hoffentlich ein Genügen geschehen:

1) Wie werden folgende Characteres 2 Z † 4 R ÷ 6 gelesen oder ausgesprochen? Antwort: 2 Zensus plus 4 Radices, minus 6.

2) Item, wie werden ietzt beniehmte 2 Z † 4 R ÷ 6 nach der ietzigen Art, so man Algebram speciosam oder literalem nennet, geschrieben? Antwort: 2 aa † 4 a — 6. oder $2a^2$ † 4 a — 6.

3) Item, wie werden diese Characteres 9 ZZ † 6 C ÷ 4 Z † 2 nach der Algebra numerosa pronunciret? Antwort: 9. Zensizensus plus 6 Cubi, minus 4. Zensus plus 2.

4) Item, wie werden ietztgemeldte 9 ZZ † 6 C ÷ 4 Z † 2 nach der Algebra speciosa geschrieben? Antwort: $9a^4$ † $6a^3$ — 4 a^2 † 2. oder: 9 aaaa † 6 aaa — 4 aa † 2. oder: $9d^4$ † 6 d^3 — 4 d^2 † 2. oder: 9 dddd † 6 ddd — 4 dd † 2.

Scholar.

Ich bin vor einem Jahre im Böhmer-Lande gewesen, und als ich in der Herberge auf dem Fenster ein Buch liegen sahe, als machte ich es auf, welches ein Gebeth-Buch war, darinnen ich folgende Buchstaben mit ihren plus † antraff, nemlich: J † M † J, und über der Stuben-Thüre wurde ich diese Zeichnung C † M † B, ansichtig; gehöret denn diese Signatur auch etwan zur Algebra numerosa oder speciosa.

Magister.

Mein Freund! ihr schertzet entweder, oder ihr fraget aus Einfalt. Beydes ist an euch nicht zu loben. Dafern es aus Einfalt und Unwissenheit geschiehet, so dienet euch zum Unterrichte, wie daß die erste Signatur bey den Römisch-Catholischen, nemlich J † M † J, heisset, Jesus, Maria, Joseph, und wenn diese drey Namen von ihnen angeruffen werden, so bezeichnen sie sich zugleich mit dem heiligen Creutze; Die andere Signatur aber C † M † B, heisset, Caspar, Melchior, Balthasar, wodurch die Römisch-Catholischen diejenigen drey Weisen aus Morgen-Lande verstehen wollen, so dem JEsus-Kinde dreyerley Geschencke brachten, und Könige gewesen seyn sollen, und werden denen drey Buchstaben von ihnen grosse Kräffte und Wunder zugeschrieben.

Scholar.

Sie deuten es mir nicht ungütig, Herr M. daß ich solche Fragen an Sie habe ergehen lassen,

lassen, ich versichere Sie, daß solches nicht aus Schertz, sondern vielmehr aus Einfalt geschehen, weil ich niemals unter die Herren Catholicken kommen bin; Inzwischen dancke auch vor diesen Unterricht, ob er gleich nicht zur Algebra gehöret.

Magister.

Diesen begangenen Fehler kan ich endlich leicht übersehen; Dafür aber lasset euch vielmehr nachgesetzte Axiomata oder Grund-Sätze de meliori recommendirt seyn, welche aus dem Euclide sind ins Teutsche übersetzet worden, und bey der Algebra grosse Dienste thun, lauten also:

Axioma I.

Wenn zwey Grössen einer Grösse gleich sind, so sind sie unter einander gleich. Z. E. diese zwey Grössen, 3 und 3 sind der Grösse 6 gleich, und werden also gezeichnet $3 + 3 = 6$; Item, 4 und 2 sind der 6 gleich, und werden also exprimiret: $4 + 2 = 6$. Ingleichen, 8 weniger 2 sind der 6 gleich, wird also geschrieben: $8 \div 2 = 6$; Item, dreymal 2 ist der 6 gleich, und wird also exprimiret: $3 * 2 = 6$, oder, $3 . 2 = 6$.

Axioma II.

Wenn gleiche Theile zu gleichen Theilen, oder gleiche Zahlen zu gleichen Zahlen gethan werden, so ist das Aggregat gleich. Z. E. 8 und 8 ist

ist 16, und also ist 16 den beyden 8, 8 gleich. Item 12 und 8 ist = 20.

Axioma III.

Wenn Gleichem Gleiches abgenommen wird, so ist das überbleibende gleich. Z. E. wenn man 8 als eine gleiche Zahl von 12, als auch einer gleichen Zahl abnimmet oder subtrahiret, so bleibet eine gleiche Zahl übrig, nemlich 4. Item, 6 = 6 von 16 = 16 bleibt Rest 10 = 10.

Axioma IV.

Wenn gleiche Theile zu ungleichen gethan werden, so ist das gesammlete ungleich. Z. E. Wenn man 6 zu 7 addiret, so kommt ein ungleiches Aggregat, nemlich 13. Item 8 = 8 zu 7 und 9 addiret, werden die Summen 15 und 17 auch ungleich.

Axioma V.

Wenn Ungleichem Gleiches abgenommen oder abgezogen wird, so ist das Uberbleibende, nemlich der Rest, ungleich. Z. E. Wenn man von der ungleichen Zahl 7 die gleiche Zahl 4 abnimmet, so kömmt zum Residuo 3, als eine ungleiche Zahl. Item, 6 = 6 von 13 und 17 subtrahirt, kommen ungleiche Reste, nemlich 7 und 11.

Axioma VI.

Wenn zwey Grössen, mit sich selbst multipliciret, einer Grösse gleich sind, so sind sie untereinander gleich. Z. E. Wenn 8 und 8 mit einander

ander multipliciret werden, so ist das Product der Grösse 64 gleich. Item, 6 mal 6 = 36.

Axioma VII.

Wenn zweyer Quadraten Seiten oder Wurtzeln einer Grösse gleich sind, so sind die Quadraten unter einander gleich. Z. E. Wenn man zwey Servietten besitzet, da iedes ins Gevierdte $1\frac{1}{2}$ Elle hat, so sind diese beyde Servietten einer solchen grossen Serviette gleich, welche 3 Ellen ins Gevierdte hält.

Axioma VIII.

Das gantze ist grösser, denn sein Theil. Z. E. Das Gantze sey 12, ein Theil davon ist 11, dahero ist 12 grösser als 11.

Axioma IX.

Welche Quantitäten einander nicht übertreffen, die sind einander gleich. Z. E. 10, 10, 10, übertrifft keines das andere, darum sind sie einander gleich.

Axioma X.

So iedes doppelt oder dreyfach so groß als ein anders, die werden einander auch gleich seyn. Z. E. 8 ist einer gedoppelten 4, und 12 einer dreyfachen 4 gleich.

Axioma XI.

Also auch ein iedes, halb, oder der dritte Theil so groß als ein anderes, die werden einander auch gleich seyn. Z. E. Die Helffte einer

8 ist einer 4; und der dritte Theil der Zahl 12 ist auch einer 4 gleich.

Axioma XII.

Wenn eines Gantzen alle Theile zusammen genommen werden, so sind sie dem Gantzen gleich. Z. E. Man hat einen Kuchen in 12. Stücke zerschnidten, so sind die 12. Stücke dem gantzen Kuchen gleich.

Axioma XIII.

Alle Winckel auf einer geraden Linie, wie sie auch gemacht werden, sind såmtlich allezeit gleich zweyen rechten Winckeln, oder 180. Grad, und dieses ist ein halber Circkel, dahero der gantze Circkel 360. Grad oder 4. rechte Winckel beträgt.

Axioma XIV.

Theile oder Partes die gleiche Verhåltniß haben, zu einem oder einerley Theile, die sind auch unter einander einerley. Z. E. 3, 3, 3, 3, und s. w. Verhalten sich gegen 12 ieder Theil besonders, wie 1 gegen 4; Darum sind auch 3, 3, 3, 3, unter sich einerley.

Axioma XV.

Diejenigen Zahlen, welche einerley Theile, sind gleicher Zahlen, oder eben derselben Zahl, die sind auch einander gleich. Z. E. 4, 4, 4, sind einerley Theile, dergleichen Zahlen 8, 8, 8, oder eben einer dieser Zahl 8. Dahero sind 4, 4, 4, auch einander gleich.

Axioma XVI.

Welche Zahlen einerley Zahlen gleich sind, oder zu derselben gleiche oder ungleiche Theile haben, die sind auch unter einander gleich. Z. E. 6, 6, 6, sind iede der Zahl 6 gleich, oder haben zu der Zahl 3 gleiche, das ist 2 Theile, oder aber gegen der Zahl 2 ungleiche, das ist 3 Theile.

Axioma XVII.

Die Unität oder 1. misset alle Zahlen, so viel Unitäten heraus bringend, als in der Zahl enthalten, das ist die Zahl selbst. Z. E. Wenn man 35. Ellen mit einer Ellen ausmisset, so kommen 35. Ellen, und das ist die Zahl selbst.

Axioma XVIII.

So eine Zahl eine andere Zahl multipliciret, und eine Zahl heraus bringet, welche das Product heisset, so wird der Multiplicator das Productum durch die multiplicirte Zahl ausmessen. Der Multiplicandus aber eben das Productum durch den Multiplicatorem heraus bringen. Z. E. 6 sey der Multiplicator, und 8 der Multiplicandus. Wenn man nun 6 mit 8 multipliciret, so erscheinet 48 zum Product, dieses Productum kan nun mit dem Multiplicatore ausgemessen werden, nemlich es ist der Multiplicator 6 in 48, so viel als 8mal enthalten. Ingleichen kan man gleichfalls mit dem Multiplicando, nemlich 8, das Product 48 ausmessen, denn die 8 ist in 48 so viel als 6mal enthalten.

Axioma XIX.

Wenn eine Zahl die andere ausmessen will, so muß sowol die Zahl, durch welche jene misset, die Zahl messen, durch dieselben Unitäten, welche in der messenden Zahl sind, das ist, durch die messende Zahl selbst. Z. E. Man will mit der Zahl 4 die Zahl 24 ausmessen, und da ist die 4 in 24 so viel als 6mal enthalten; hingegen wenn man die Zahl 6 nimmt, und damit die Zahl 24 auch ausmisset, so erscheinet die messende Zahl hinwiederum, nemlich 4.

Axioma XX.

Wenn eine Zahl andere Zahlen ausmisset, so misset sie auch deroselben zusammen gesetzte Zahl aus. Z. E. Die Zahl 6, kan folgende Zahlen ausmessen, 12, 24, 48, 60: Denn 6 ist in 12, zweymal, 6 in 24 viermal, 6 in 48 achtmal, und 6 in 60 zehenmal enthalten. Wenn man nun diese vier Posten addiret, die bringen zum Aggregat 144, welche Zahl gleichfalls mit der 6 kan ausgemessen werden, nemlich dieselbe ist 24mal darinnen enthalten.

Axioma XXI.

Eine Zahl, die das gantze und auch das weggenommene ausmisset, die misset auch die übrige Zahl aus. Z. E. Die Zahl sey 4, das gantze 24, und das weggenommene 8, das Residuum 16. Gleichwie man nun mit der Zahl 4 das gantze, nemlich 24, ausmessen kan, denn 4 in 24 hat man 6mal, gleichermassen kan man auch

mit der 4 sowol das weggenommene die 8, als auch das Residuum 16 ausmessen.

Axioma XXII.

Eine Grösse, einige andere Grössen messende, misset auch etliche aus denenselben zusammengesetzte. Z. E. Die Grösse 3, einige andere 6, 12, 24, 15, 18 messende, misset auch etliche von denenselben, nemlich 12, 15, 18, zusammengesetzte oder addirte 45.

Axioma XXIII.

Eine Grösse, eine andere Grösse messende, misset auch diejenige Grösse, welche von ermeldter andern Grösse gemessen wird. Z. E. 5 eine andere Grösse 15 messende, misset auch diejenige Grösse 30, als welche von 15 gemessen wird.

Axioma XXIV.

Eine Grösse, eine andere gantze Grösse, und zugleich einen davon abgesonderten Theil messende, misset auch den Rest oder das überbliebene. Z. E. Die Grösse 4 eine andere gantze Grösse 24, und einen Theil von 8 messende, misset auch den Rest 16.

Scholar.

Diese 24 Axiomata, die Sie mir de meliori recommandiret haben, klingen einige darunter in meinen Ohren sehr einfältig und kindisch. Das VIII. Axioma lautet also: Das Gantze ist grösser denn sein Theil. Je! welche Einfalt wolte denn hier contradiciren, oder das Axioma

nicht begreiffen können. Ein gantzer Kuchen ist freylich grösser, als das Stück, so man aus demselben geschnitten. Item das IX. Axioma heisset: Welche Grössen einander nicht übertreffen, die sind einander gleich. Z. E. Wenn ein Ey das andere, ein Apffel den andern, und ein Pfund das andere in der Grösse nicht übertrifft, so sind sie einander gleich. Herr Mag. wo nicht mehr Solidität und Nutzen die so hochgepriesene Algeber an die Hand giebet, so werde ich mich Ihrer Information fernerweit bedancken, und mein Geld, so ich hierzu destiniret, nützlicher anzuwenden suchen.

Magister.

Mein Freund! Raisonniret nicht so moquant von der Algebra. Ob schon unter diesen Euclidianischen Axiomatibus einige freylich wol sehr kindisch, ja fast lächerlich zu seyn scheinen, so haben sie doch bey Auflösung derer Algebraischen Problematum ihren vortrefflichen Nutzen, wie derselbe hernach bey Auflösung derer Aufgaben in die Augen fallen wird. Das Einmal Eins bey der Rechen-Kunst, ist auch allem Ansehen nach etwas einfältiges, vermittelst welchen man aber die schwersten und nützlichsten Arithmetische Aufgaben auflösen kan.

Scholar.

Ob ich mir zwar gäntzlich vorgenommen, die Lectiones Algebraicas zu abandonniren, und mein Geld auf die Frantzösische Sprache anzuwenden;

wenden; So will ich gleichwol noch fernerweit darinnen fortfahren, um zu vernehmen, wie groß denn der promitt rte Nutzen seyn müsse. Und wenn schon das Promissum nicht eintrifft, so kan ich mich alsdann mit andern auch rühmen, daß ich Algebram gelernet, und ihre Problemata aufzulösen weiß.

Die dritte Unterredung
handelt
Von der Algebraischen Addition, Subtraction, Multiplication und Division.

Magister.

NAchdem ich euch die Præcognita oder solche Dinge beygebracht, die man sich vorhero bekannt machen muß, und ihr auch solche wohl gefasset, als wollen wir nun zu denen Algebraischen Speciebus schreiten, und solche uns vorhero bekannt machen. Bey der

ADDITION

sind vier Unterschiede oder Regeln zu mercken, welche man sich wohl imprimiren muß, als:

I. **Wenn einerley Buchstaben zu addiren vorkommen ohne Signis, iedoch theils ohne, und theils mit Ziffern.**

Z. E. addiret a, a, a, a, was thun dieselben in der Summa? Antwort: a + a + a + a oder 4 a.

 Elabo-

Elaboratio.

a		a
a	oder	a
a		a
a		a
a † a † a † a		4 a

Decl. Man setzet entweder die Buchstaben wie sie über der Linie stehen, in einer Reihe hin unter die Linie, und machet das Zeichen Plus †. darzwischen, oder man zehlet die Buchstaben, und notiret die Vielheit derer a, mit den gebräuchlichen Ziffern oder Zahlen, wie die Elaboration zeiget.

Scholar.

Wie die vier a, vermittelst der Algebraischen Zauberey mit † oder plus sollen addiret und neben einander geschrieben, oder vermittelst des Zehlens in eine Summa gebracht, und mit der gewöhnlichen Zahl 4 annotiret werden, kan ich leicht begreiffen, und ist ein Kinder-Spiel. Hingegen was durch die vier a, und derer Summa a † a † a † a zu verstehen sey, oder was vor ein verborgener Schatz darunter lieget, kan ich nicht begreiffen.

Magister.

Ihr habt ja zu Anfange der andern Unterredung vernommen, wie daß die Alphabets-Buchstaben denen Nullen zu vergleichen sind, welche an sich und vor sich nichts gelten; wenn man aber ihnen beliebige Ziffern vorsetzet, alsdann bekommen

men dieselben ihren Werth, und also ist es auch mit den Buchstaben beschaffen, welche an sich selbst nichts gelten; Hingegen was man ihnen vor eine Dignität zueignet, in derselben müssen sie ihr Amt verrichten. Man kan iedweden Buchstaben entweder einen Thaler, Gülden, Groschen, oder einen Centner, Pfund, Loth oder einen Malter, Scheffel, Viertel, oder einen Radicem, Zensum, Cubum, u. s. w. mit einem Worte, was man will, gelten lassen. Lässet man in dem obigen Exempel iedwedes a einen Ducaten gelten, so sinds vier Ducaten; Wenn man aber iedem a eine besondere Dignität oder speciellen Werth zueignen wolte, als dem ersten a 1 Rthlr. dem andern a 1 Fl. dem dritten 1 Centner, und dem vierdten einen Malter, so gieng es nicht an, denn in solchem Falle müssen die Addenda unius generis, ich meyne einerley Geschlechts seyn.

2) Item, addiret 4 a zu a, was ist die Summa? Antwort: 5 a.

Elaboratio.

4 a	oder	a
a		4 a
Antwort: 5 a		5 a

Decl. Das a, dabey keine Ziffer stehet, wird als eine Eins æstimiret, und zu der 4 addiret, thut 5. Item, addiret: 3 x, x, 5 x, was thuts in der Summa? Antwort: 9 x.

Elabo-

Elaboratio.

3 x	oder	x
x		3 x
5 x		5 x
Antw. 9 x		9 x

3) Item, summiret 2 a b und 3 a b, was thuts? Antwort: 5 a b.

Elaboratio.

2 a b	oder	3 a b
3 a b		2 a b
5 a b		5 a b

II. Wenn nicht einerley Buchstaben zu addiren vorkommen, und zwar ohne Signis, iedoch theils ohne, theils mit Ziffern.

Z. E. Addiret c zu b, was ist die Summa? Antwort: b + c oder c + b.

Elaboratio.

b	oder	b
c		c
b + c		c + b

Decl. Man setzet, wie allbereit gelehret worden, die Buchstaben wie sie über der Linie stehen, in einer Reihe hin unter die Linie, und machet das Zeichen plus + darzwischen, entweder spricht man b + c oder c + b, welches einerley: Denn die Buchstaben, so in einem Gliede bey-

sammen

sammen stehen, können nach Belieben lociret werden.

2) Item, addiret b, c, d, was beträgts? Antwort: b † c † d.

Elaboratio.

b		b
c	oder	c
d		d
b † c † d		d † c † b

Decl. Man setzet wie allbereit gesagt, die Buchstaben, wie sie über der Linie stehen, in einer Reihe hin unter die Linie, und machet das Zeichen † darzwischen. Wiewol auch vor dem b oder d, das Zeichen † stehen solte, allein man lässet es zu Anfange allemal weg.

Scholar.

Lieber Herr Magister, Sie haben ja beym ersten Unterschiede gesagt, daß man die Buchstaben nur zusammen zehlen, und die Anzahl derselben mit einer Ziffer exprimiren oder andeuten soll; Bey diesem Exempel aber schweigen Sie hiervon gantz stille.

Magister.

Wenn die Buchstaben einander gleich, so zeigen sie an, daß die Dignität derselben eines Geschlechts sey, nemlich, entweder lauter Ducaten, oder lauter Thaler, oder lauter Gülden, u. s. w. Hingegen wenn die Buchstaben ungleich fallen,

fallen, so sind ihre Dignitäten auch ungleich, und da können freylich nicht Ducaten, Thaler und Gülden, als diverser Valor addiret, und in eine Summa gebracht werden, es wäre dann, daß man vorhero die unterschiedlichen Sorten des Geldes unter einen Namen per æquationem brächte.

3) Item, addiret 2ab zu 3bc, was thuts? Antwort: 2ab † 3bc.

Elaboratio.

2 ab 3 bc	oder	3 bc 2 ab
2ab † 3bc		3bc † 2ab

4) Item, addiret abc zu dfg, was ist die Summa? Antwort: abc † dfg, oder dfg † abc.

Elaboratio.

abc dfg	oder	abc dfg
dfg † abc		abc † dfg

Decl. Die Operation siehet man aus der Elaboration, worbey aber dieses zu annotiren, daß die Buchstaben, die in einem Gliede beysammen stehen, niemals dürffen getrennet werden. Z. E. Ich darff dieses Exempel nicht also addiren und setzen, df † gabc, oder fga † bcd, solchergestalt würde die Rechnung gantz verrücket.

III. Wenn

III. Wenn Ziffern, so mit einerley Buchstaben und Zeichen notiret, zu addiren vorkommen.

Z. E. addiret 5aaa † 2aa — 6a † 3 zu 2aaa † 2aa — a † 5. Was thuts in der Summa? Antwort: 7aaa † 4aa — 7a † 8.

Elaboratio.

$$\begin{array}{l} 5\,aaa \dagger 2\,aa - 6\,a \dagger 3 \\ 2\,aaa \dagger 2\,aa - 1\,a \dagger 5 \\ \hline 7\,aaa \dagger 4\,aa - 7\,a \dagger 8. \end{array}$$

Decl. Nachdem dieses Exempel gleiche Zeichen und Buchstaben führet, als wird plus zu plus und minus zu minus addiret, wie die Elaboration zeiget. Will man aber nicht so viel a schreiben, als kan man es durch die Exponentes kürtzer haben, nemlich:

$$\begin{array}{l} 5\,a^3 \dagger 2\,a^2 - 6\,a \dagger 3 \\ 2\,a^3 \dagger 2\,a^2 - 1\,a \dagger 5 \\ \hline 7\,a^3 \dagger 4\,a^2 - 7\,a \dagger 8. \end{array}$$

2) Item, addiret a † c — b zu a † 4c — 2b. Was thuts in der Summa? Antwort: a † a † 5c — 3b, oder 2a † 5c — 3b.

Elaboratio.

$$\begin{array}{lcl} a \dagger c - b & & a \dagger c - b \\ a \dagger 4c - 2b & \text{oder} & a \dagger 4c - 2b \\ \hline a \dagger a \dagger 5c - 3b. & & 2a \dagger 5c - 3b. \end{array}$$

IV. Wenn

IV. Wenn Ziffern, so nicht mit einerley Buchstaben und Zeichen notiret, zu addiren vorkommen.

Z. E. Addiret a † 3 b — c zu 2 a — b † 2 c. Was thuts in der Summa? Antwort: 3 a † 2 b † c.

Elaboratio.

a	† 3	b	—	c	
2 a	—	b	†	2 c.	
3 a	† 2	b	†	c.	

Decl. Nachdem die Zeichen allhier in diesem Exempel nicht einerley, als muß man das kleinere von dem grössern abziehen, und setzet zum Rest das Zeichen plus †, wie in der Elaboration zu sehen, daselbst ist minus — c von † 2 c abgezogen, und zum Rest geschrieben worden † c; Item minus b ist subtrahiret worden von † 3 b, und ist zum Rest geschrieben worden † 2 b.

Not. Solches noch deutlicher zu verstehen, wollen wir dieses Exempel in gemeine und bekannte Zahlen verwandeln, und setzen an statt a, einen Thaler; an statt † 3 b, † 3 Groschen; an statt — c, — 1 Pfennig. Ferner an statt 2 a, 2 Thaler; an statt — b, — 1 Groschen, und an statt † 2 c, † 2 Pfennige, und stehet also:

1 thlr. † 3 gl. — 1 pf.
2 thlr. — 1 gl. † 2 pf.

Oder noch deutlicher, ich soll addiren 1 thlr. und 3 gl. weniger 1 pf. zu 2 thlrn. weniger 1 gl.

mehr

mehr 2 pf. so stünde das Exempel folgender massen:

1 thlr. und	3 gl. weniger	1 pf.
2 thlr. weniger	1 gl. mehr	2 pf.
3 thlr. mehr	2 gl. mehr	1 pf.

Decl. Nachdem ich nun wahrnehme oder sehe, daß in der obern Summa 1 Pfennig fehlet, in der untern Summa aber 2 Pfennige vorhanden sind, so ersetze ich im Addiren den obern Defect aus der untern Summa ihren Vorrath, das ist, ich subtrahire den kleinen Defect der obern Post von denen unten stehenden 2 Pf. und schreibe den überbliebenen 1 Pf. an statt der Summa unter die Linie. Auf gleiche Art und Weise procediret man auch bey denen Groschen, allwo 3 Groschen stehen, unten aber fehlet ein Groschen, welcher Defect im Summiren ersetzet werden muß; Dahero subtrahire ich diesen Defect von der obern Summa, und schreibe die übrigen 2 Groschen, so würcklich vorhanden, unter die Linie. Mit denen vorhandenen Reichsthalern procediret man gewöhnlicher massen, nemlich sie werden in eine Summa gebracht.

3) Item, addiret $4a - 2b - 3c$ zu $2a + 3b + 1c$, was thuts in der Summa? Antwort: $6a + 1b - 2c$.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} 4a - 2b - 3c \\ 2a + 3b + 1c \\ \hline 6a + 1b - 2c \end{array}$$

4) Item, addiret

12 xx † 10 xy — 7 xz — 9 yz † 5 x — 3 y † 6 z
8 xx † 6 xy † 5 xz — 3 yz — 7 x † 10 y — 4 z
7 xx — 9 xy † 6 xz † 13 yz — 8 x — 9 y † 11 z
3 xx — 4 xy — 10 xz † 7 yz — 3 x † 11 y — 3 z

---

30 xx † 3 xy — 6 xz † 8 yz — 13 x † 9 y † 10 z.

Decl. 1) Addiret die Quanta derer xx, kommen 30 xx; 2) addiret die Quanta derer xy, und weil das Zeichen Minus — gedoppelt, so sprecht: 4 xy, und 9 xy, welches 13 ist, von plus, † welches auch gedoppelt ist, und 16 beträgt, dahero 13 von 16 abgezogen, ist Rest, † 3 xy. 3) addiret auch die Quanta derer xz, und weil das Minus auch zweymal anzutreffen, und 17 beträgt; Hingegen aber, ob gleich das Zeichen † auch zweymal anzutreffen, und nur 11 beträgt, so muß doch vor diesesmal das † von — abgezogen, und — 6 xz unter die Linie zur Summa geschrieben werden. u. s. w.

Item, addiret

a b † 5 b c — d e † 6 c d
d e — 8 c d † 2 b c † a b

---

2 a b † 7 b c — 2 c d

Decl. Weil hier in diesem Exempel sowol ungleiche Buchstaben, als auch ungleiche Signa zusammen kommen, als muß folgender massen procediret werden: Man suchet erstlich die gleichen Buchstaben, als auch die gleichen Signa zusammen

sammen, als hier findet man zweymal a b, mit gleichen Zeichen, nemlich plus, diese addiret man, ob sie gleich nicht unter einander stehen, nach der ersten Regel, thut 2 a b. Ferner siehet man auch zweymal b c, als 5 b c und 2 b c, solche addiret, thut † 7 b c. Weiter findet man auch zweymal d e, weil aber diese beyde gleiche Buchstaben ungleiche Signa mit sich führen, und von einer Grösse sind, als werden sie mit einander aufgehoben. Endlich so findet man, daß † 6 c d und — 8 c d gleichfalls einerley Buchstaben sind, mit unterschiedenen Signis, iedoch nicht von einer gleichen Grösse, darum wird das kleinere, nemlich † 6 c d, ob es gleich oben stehet, und das plus Zeichen hat, von dem untern und grössern Quanto, nemlich — 8 c d abgezogen, bleibt pro Resto — 2 c d, und also die gantze Summa: 2 a b † 7 b c — 2 c d.

Scholar.

Aus der Erklärung habe wohl verstanden, wie dieses Exempel sey elaboriret worden; Allein wie man das hervorgebrachte Zauber-Facit 2 a b † 7 b c — 2 c d, verstehen, und was man daraus machen soll, kan ich noch nicht mit meinen sieben Sinnen recht begreiffen.

Magister.

Wundere mich, mein Freund! dieweil ihr zwey Sinne mehr als andere Menschen zu haben vermeynet, daß ihr solches noch nicht begreiffen könnet. Ihr habt ja schon zu unterschie-

denen malen von mir gehöret, daß man denen Buchstaben eine Grösse oder Dignität, sie bestehe nun aus einer Zahl, Linie, Fläche, oder einem Cörper, nach Belieben zueignen kan; Dahero kan ich durch das, wie ihr schertzet, producirte Zauber-Facit verstehen entweder 2 thlr. plus 7 gl. minus 2 pf. oder 2 fl. † 7 Kgl. — 2 Xer, oder 2 Cubos † 7 Census — 2 R. u. s. w.

Scholar.

Weil ich bishero so viele wunderliche Zeichen, Characteres und Figuren habe begriffen, und ihren Werth verstehen lernen müssen, so habe mir zwey Sinne mehr als andere Menschen zu haben eingebildet.

Magister.

Ich sehe wohl, daß euch das Schertzen fast angebohren seyn müsse, woraus ich schlüsse, daß ihr keinen tieffsinnigen und verdrüßlichen Mathematicum abgeben werdet. Und weil ihr die Algebraische Addition ziemlich gefasset, als wollen wir zur

SUBTRACTION

schreiten, welche man gleichfalls, wie die Addition, vermittelst vierer Unterscheide oder Regeln fassen und begreiffen kan, und zwar

I. **Wenn gleiche oder einerley Buchstaben, theils ohne Ziffern, theils mit Ziffern subtrahiret werden sollen.**

Z. E.

Z. E. Subtrahiret a von 6 a, was ist der Rest? Antw. 5 a.

Elaboratio.

6 a
a
―――
Antw. 5 a

Decl. Saget: Ein a von 6 a, bleiben 5 a, solche schreibet unter die Linie. Lasset 6 a 6 thlr. und das a 1 thlr. gelten; oder es mögen 6 a 6 Radices, und das a 1 Radicem bedeuten, so könnet ihr das Algebraische Subtraction-Exempel desto besser begreiffen.

2) Item, subtrahiret 2 b von 5 b, was bleibet? Antw. 3 b.

3) Item, ziehet ab x von 12 x, was wird bleiben? Antw. 11 x.

4) Item, 6 ab von 9 ab, was ist der Rest? Antw. 3 ab.

II. Wenn ungleiche Buchstaben, theils ohne Ziffern, theils mit Ziffern, und theils mit gleichen oder ungleichen Signis subtrahiret werden sollen.

Z. E. Subtrahiret b von a, wie viel wird bleiben? Antw. a — b.

Elaboratio.

a
b
―――
a — b.

Decl. Nachdem hier die zwey Buchstaben nicht einerley sind, als saget: b von a bleibt a — b. Das ist, weil man b von a nicht abziehen kan, so setzet man das Zeichen Minus — zwischen a und b. Dieses ist so zu verstehen: man lasse das A 1 thlr. und das B 1 gl. gelten. Weil nun 1 thlr. und 1 gl. nicht unius dignitatis, oder einerley Werths, als kan man nicht sagen: 1 von 1 gehet auf; sondern man müste den Thaler vorher zu Groschen machen, und sodann abziehen, weil es aber in der Algebra nicht angehet, denn die Quantitäten oder Grössen müssen ihren Namen behalten, als muß man es durch minus — exprimiren, und ist so viel, als wenn man sagt: 1 thlr. weniger 1 gl.

Item, subtrahiret c von a † b, Rest a † b — c.

2) Item, subtrahiret a † b von x, Rest x — a — b. Dieweil von dem x sowol das a als b zu subtrahiren, als bleibet endlich x weniger a, und weniger b übrig.

Elaboratio.

a † b	x
c	a † b
Rest a † b — c	Rest x — a — b.

Item, subtrahiret c von 2 a, was bleibet pro Resto? Antw. 2 a — c.

3) Item, decourtiret 3 d von c, was ist der Rest? Antw. c — 3 d.

Item

Item, ziehet ab $2ab$ von $3ab$, was wird bleiben? Respond. ab.

Item, subtrahiret $2bc$ von $2ab$, was wird das Residuum seyn? Antw. $2ab - 2bc$.

Elaboratio.

$2a$	c	$3ab$
c	$3d$	$2ab$
R. $2a - c$	R. $c - 3d$	R. ab.

$2ab$
$2bc$
R. $2ab - 2bc$.

4) Item, ziehet ab $c + d$ von $a + b$, was bleibet? Antw. $a + b - c - d$.

Item, subtrahiret $c - d$ von $a - b$, was ist der Rest? Antwort: $a - b - c + d$.

Elaboratio.

$a + b$	$a - b$
$c + d$	$c - d$
$a + b - c - d$	$a - b - c + d$.

Not. Anbey zu mercken, daß das Zeichen — Minus zu dem Buchstaben, vor welchem es stehet, zu rechnen sey, z. E. $a - b$ bedeutet, daß der Buchstabe b von a subtrahiret worden, oder noch zu subtrahiren sey, muß demnach die vorhergehende Quantität a nothwendig grösser, dann die nachfolgende b seyn.

Item, subtrahiret von a, $c - d$, was wird restiren? Antw. $a - c + d$.

Elaboratio.

$$\frac{\begin{array}{c} a \\ c - d \end{array}}{a - c + d.}$$

Decl. Daß das Minus-Zeichen beym d in ein Plus-Zeichen verwandelt werde, möchte euch befremden, weil solches der Eigenschafft der Subtraction gantz und gar zuwider zu lauffen scheinet. Es kommt aber dieses daher, dieweil man durch das erste Minus-Zeichen beym c zu viel abgezogen, darum muß es durch das Plus-Zeichen wieder ersetzet werden. Man soll ja von a nicht das gantze c abziehen, sondern nur ein Stück darvon, denn das bedeutet c — d. Darum, dieweil man das gantze c hatte abgezogen, als muß man es durch Abwechselung des — in † nothwendig ersetzen. Lasset a so viel als 4 thlr, c aber 2 thlr. und d einen Thaler gelten; Ziehet man nun von den 4 thlrn. 2 gantze ab; so thut man der Sache zu viel, dann man soll nur abziehen c — d, das ist, 2 thlr. weniger einen. Dannenhero ist kein ander Mittel, dieses zu verbessern, als wenn man das Minus-Zeichen ins Plus-Zeichen verwandle oder verwechsle, und sage 4 thlr. weniger 2 thlr. und noch einen darzu, so kommt zum Uberschuß 3 thlr, und stehet nochmals also:

$$\frac{\begin{array}{c} a \\ c - d \end{array}}{a - c + d} \qquad \frac{\begin{array}{c} 4 \\ 2 - 1 \end{array}}{4 - 2 + 1} \quad \text{oder} \quad \frac{\begin{array}{c} 4 \\ 2 - 1 \end{array}}{3.}$$

Könnet

Könnet ihr dieses noch nicht begreiffen, machet euch nur keinen Kummer, ihr werdet es schon aus nachfolgenden Exempel besser fassen können.

III. Wenn Ziffern oder Quantitäten von einander zu subtrahiren vorkommen, so mit einerley Zeichen und Buchstaben angemercket sind.

Z. E. Subtrahiret 3 b — 2 c von 5 b — 6 c, was ist der Rest? Antw. 2 b — 4 c.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} 5\,b - 6\,c \\ 3\,b - 2\,c \\ \hline 2\,b - 4\,c. \end{array}$$

Decl. Weil die Buchstaben und Zeichen einander gleich sind, als wird nur nach der gemeinen Subtraction procediret, und das Minus- oder Plus-Zeichen darzwischen gesetzet. Ausser in denen Problematibus, da die obere Zahl kleiner als die untere, so Exempla præpostera, verkehrte Aufgaben genennet werden, die Minus-Zeichen in Plus-Zeichen und die Plus- in Minus-Zeichen verwechselt und darzwischen geschrieben.

Z. E. subtrahiret a — 4 b von 2 a — 2 b. Rest a † 2 b.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} 2\,a - 2\,b \\ a - 4\,b \\ \hline a + 2\,b. \end{array}$$

Decl. Nachdem man allhier − 4 b von − 2 b nicht abziehen und nach der allgemeinen Subtraction bey einer grössern Sorte oder Dignität etwas borgen kan, als muß man es umkehren, und den kleinern Defect von dem grössern, nemlich − 2 b von − 4 b abziehen, und dem Residuo das Plus-Zeichen vorsetzen, nemlich † 2 b. Denn weil einen Defect subtrahiren oder benehmen, anders nichts ist, als einem so viel geben, als der Defect ausweiset, und in angeführten Exempel soll nun ein grösserer Defect oder Mangel weggenommen werden, als sich oben findet, so wird nicht nur hierdurch der oben befindliche Defect völlig ersetzet, sondern es wächset auch dem untern Satze noch würcklich so viel zu, als um wie viel der Defect in subtrahendo grösser ist, dann der obere. Und dahero subtrahiret man den obern von dem untern, und schreibet das Residuum als ein würcklich vorhandenes Quantum zu dem untern Satze. Dieses ist also zu verstehen: Lasset seyn 2 a − 2 b so viel als 2 thlr. weniger 2 gl. und a − 4 b so viel als 1 thlr. weniger 4 gl. Hier fehlen, wie man siehet, in dem obern Quanto oder Satze 2 gl. davon man aber nicht einen gantzen Thaler, sondern 1 thlr. weniger 4 gl. abziehen soll, welche 4 gl. dem Subtrahendo fehlen, und also nicht subtrahiret werden dürffen, dahero werden hierdurch die oben fehlende 2 gl. nicht allein ersetzet, sondern es werden auch noch dem obern Quanto 2 gl. übrig gelassen. Oder noch deutlicher: bildet euch ein,

2 a — 2 b, sind so viel, als 2 rthlr. weniger 2 gl. das ist, 1 rthlr. 22 gl. und a — 4 b sind so viel, als 1 rthlr. weniger 4 gl. das sind 20 gl. Wenn man nun 20 gl. von 1 rthlr. 22 gl. abziehet, so ist der Rest 1 rthlr. 2 gl. Das heisset nun so viel als a † 2 b.

Item, subtrahiret 6 B † 20 C von 9 B † 15 C, was ist der Rest? Antw. 3 b — 5 c.

Elaboratio.

9 b † 15 c
6 b † 20 c
―――――――
3 b — 5 c.

Decl. Ziehet die kleinere Grösse, so mit dem Plus-Zeichen notiret, nemlich † 15 c von der untersten Grösse, nemlich † 20 c, bleibt Rest 5, setzet demselben das contraire Zeichen vor, und schreibet 3 b — 5. Dieses ist also zu verstehen: Lasset seyn 9 b † 15 c so viel als 9 thlr. und 15 gl. Hingegen 6 b † 20 c so viel als 6 thlr. 20 gl. diese 6 thlr. und 20 gl. von 9 thlr. und 15 gl. subtrahiret, bleibet Rest 2 thlr. 19 gl. und dieser Rest ist demnach so viel als 3 thlr. weniger 5 gl. oder, welches einerley, 3 b — 5 c.

3) Item, ziehet ab 3 bb — 6 ab † 9 von 3 bb — 2 ab † 4, was ist der Rest? Antwort: † 4 ab — 5.

Elaboratio.

3 bb — 2 ab † 4
3 bb — 6 ab † 9
―――――――
† 4 ab — 5.

4) Item,

4) Item,

$$\begin{array}{r} 6\,b + 2\,b - 4\,b + 2 \\ 2\,b + 5\,b - 6\,b + 7 \\ \hline 4\,b - 3\,b + 2\,b - 5. \end{array}$$

IV. Wenn Ziffern oder Quantitäten von einander zu subtrahiren vorkommen, die nicht mit einerley Zeichen und Buchstaben notiret sind.

Z. E. Subtrahiret $a + b$ von $3\,a - b$. was ist der Rest? Antw. $2\,a - 2\,b$.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} 3\,a - b \\ a + b \\ \hline 2\,a - 2\,b. \end{array}$$

Decl. Weil in diesem Exempel ungleiche Zeichen vorkommen, als wird an statt des Subtrahirens addiret, und das Zeichen dessen darzu gesetzet, von dem abgezogen werden solte. Als in diesem Exempel hätte sollen $+ b$ von $- b$ abgezogen werden, allein weil die Zeichen ungleich, als hat man addiret, und gesaget, $- b$ und $+ b$, thun zusammen $-2b$, bey der andern Grösse aber hat man ordentlicher Weise subtrahiret, und gesagt: a von 3 a bleiben 2 a. Dieses ist also zu verstehen: Lasset seyn $3\,a - b$ so viel als 3 thlr. weniger 1 gl. und $a + b$ so viel als 1 thlr. und 1 gl. Wenn man nun will nach der gemeinen Subtraction procediren, so muß man an statt 3 thlr. weni=

weniger 1 gl. schreiben, 2 thlr. 23 gl. hiervon kan man nun 1 thlr. und 1 gl. abziehen, bleibt Rest 1 thlr. 22 gl. und dieser Rest ist so viel als 2 thlr. weniger 2 gl. das heisset nun $2a - 2b$.

2) Item,

$$\begin{array}{r} 2d - 2m \\ d + 3m \\ \hline d - 5m \end{array}$$

3) Item,

$$\begin{array}{r} 3f + 2m \\ 2f - m \\ \hline f + 3m \end{array}$$

4) Item, subtrahiret $a - b + c$ von $3a + 2b + c$, was ist der Rest? Antwort: $2a + 3b$.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} 3a + 2b + c \\ a - b + c \\ \hline 2a + 3b \end{array}$$

5) Item, ziehet ab $a + b - c$ von $2a - b + 2c$, was ist Rest? Antw. $a - 2b + 3c$.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} 2a - b + 2c \\ a + b - c \\ \hline a - 2b + 3c \end{array}$$

6) Item, decourtiret $a - b + 2c$ von $a + 2b - c$, was bleibet? Antwort? $+ 3b - 3c$.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} a + 2b - c \\ a - b + 2c \\ \hline + 3b - 3c. \end{array}$$

Decl. Wo zweyerley Signa sind, da muß entweder ein Defect subtrahiret, und dem obern Quanto benommen, oder aber ein würckliches Quantum von dem obern subtrahiret werden, welches ohnedem schon einen solchen Defect oder Mangel hat. In dem 4ten Exempel, da nemlich der Defect in dem Subtrahendo stehet, muß man nothwendig so viel addiren, als in dem Subtrahendo fehlet; Sintemal ja einen Defect subtrahiren oder benehmen nichts anders ist, als einem so viel geben oder addiren, als der Defect austrägt. Lasset seyn a — b † c so viel als 1 thlr. weniger 1 gl. mehr 1 pf, und 3 a † 2 b † c so viel als 3 thlr. mehr 2 gl. mehr 1 pf, stehet also:

3 thlr. † 2 gl. † 1 pf.
1 thlr. — 1 gl. † 1 pf.

2 thlr. † 3 gl. . .

Weil nun hier in dem letzten obern Gliede 1 pf. vorhanden, und in dem letzten untern Gliede auch 1 pf. vorhanden, so hebt ein Pfennig gewöhnlicher massen den andern auf. In dem andern Gliede aber soll kein gantzer Thaler, sondern nur 1 thlr. weniger 1 gl. abgezogen werden: Dahero, wenn man 1 thlr. von dem ersten Gliede subtrahiret, so wächset dagegen dem andern Gliede 1 gl. zu, und wird das Residuum 2 thlr. † 3 gl, oder welches einerley, man hat zu subtrahiren 1 thlr. weniger 1 gl, das sind 23 gl. von 3 thlrn. und 2 gl, was bleibet übrig? Antw. 2 thlr. 3 gl.

In dem 5ten Exempel aber, da sich der Defect schon in dem obern Quanto findet, wird nothwendig dieser Defect so viel grösser werden müssen, als wie viel man in dem obern Quanto in diesem Gliede wircklich abziehen soll. Lasset seyn die untere Summa a † b — c, so viel als 1 thlr. und 1 gl. weniger 1 pf, und die obere Summa 2 thlr. weniger 1 gl. mehr 2 pf, stehet also:

2 thlr.	—	1 gl.	†	2 pf.
1 thlr.	†	1 gl.	—	1 pf.
1 thlr.	—	2 gl.	†	3 pf.

Dieweil in denen letzten beyden Gliedern nicht gar 1 gl. sondern 1 gl. weniger 1 pf. abzuziehen sey, so wächset der 1 pf. dem Residuo in dem letzten Gliede zu. In dem andern Gliede aber fehlet schon 1 gl. Wenn man nun 1 gl. subtrahiret, so fehlen im Residuo nothwendig 2 gl. und wird das Residuum seyn 1 thlr. weniger 2 gl. mehr 3 pf. oder welches einerley, man hat zu subtrahiren 1 thlr. und 1 gl. weniger 1 pf. das ist 1 thlr. 11 pf. von 2 thlr. weniger 1 gl. mehr 2 pf. das ist, 1 thlr. 23 gl. 2. pf. bleibet Rest, 1 thlr. weniger 2 gl. mehr 3 pf, das ist so viel, als 22 gl. 3 pf.

In dem 6ten Exempel lasse man a — b † 2 c so viel als 1 thlr. weniger 1 gl. mehr 2 pf. und a † 2 b weniger c so viel als 1 thlr. mehr 2 gl. weniger 1 pf. gelten, stehet also;

1 thlr. † 2 gl. — 1 pf.
1 thlr. — 1 gl. † 2 pf.

† 3 gl. — 3 pf.

Scholar.

Ob mir schon der Herr Magister die Algebraische Subtraction deutlich und begreifflich genug erkläret, so muß ich doch gestehen, daß ich mich gleichwol bis dato noch nicht recht in die Algebraischen Zauber-Possen finden und schicken kan.

Magister.

Nur Gedult, und thut nicht so verdrüßlich. Wenn wir werden noch weiter in der Algebra avanciret seyn, da werdet ihr hoffentlich ein viel aufgeräumter Gesichte erhalten, fahret nur fort, und lasset euch auch in der Algebraischen

MULTIPLICATION

unterrichten, und mercket vorhero überhaupt: 1) Wenn bey der Multiplication solche Grössen oder Quanta vorfallen, welche durch gewisse Zeichen zusammen connectiret sind, und der Multiplicator bestehet nur aus einem eintzigen Buchstaben, so wird derselbige nach der Reihe oder Ordnung einer ieden in multiplicando befindlichen Particulair-Grösse beygeschrieben. 2) Bestehet aber der Multiplicator aus mehrern durch die Zeichen zusammen gefügten Buchstaben, so wird diese Operation auch bey ieglichen Zeichen besonders repetiret, wie bey der gemeinen Multiplication in Zahlen. 3) Die Producta müssen hernach,

nach

nach denen Regeln der Addition in eine Summa gebracht werden. 4) In beyden Casibus oder Fällen, muß aber diese Behutsamkeit wohl beobachtet werden, daß, wo im Multiplicatore und Multiplicando zweyerley Zeichen stehen, nemlich + und —, in dem Producto allezeit das Zeichen — gesetzet werden muß; Wo aber hingegen im Multiplicatore und Multiplicando einerley Zeichen befindlich, auch so gar das Zeichen —, so erhält das Productum allezeit das Zeichen +. Wie dieses alles aus folgenden vier Unterschieden oder Regeln wird noch deutlicher zu erlernen seyn.

I. Wenn theils einerley, theils nicht einerley Buchstaben ohne Zeichen und Ziffern mit einander vermehret werden sollen.

Z. E. Multipliciret a mit a a, was ist das Productum? Antw. aaa oder a^3.

Elaboratio.

a a
mit a

a a a oder a^3.

2) Item, multipliciret b mit a, was ist das Product? Antw. a b.

Elaboratio.

a
b

a b.

3) Item, multipliciret bc mit fg, was ist das Productum? Antw. bcfg.

Elaboratio.

b c
mit f g
---
b c f g.

4) Item, multiplicirет bcd mit fgh, was ist das Product? Antw. bcdfgh.

Elaboratio.

b c d
mit f g h
---
b c d f g h.

5) Item, multipliciret bc mit bb, was ist das Product? Antw. bbbc.

Elaboratio.

b b
b c
---
b b b c oder b3c.

Decl. Aus der Elaboration derer vorstehenden Exempel siehet man, wie daß die Multiplication sowol in einerley, als auch nicht in einerley Buchstaben nur darinnen bestehe, daß man die Buchstaben in einer Reihe unter die Linie schreibet; Die Vielheit derer einerley Buchstaben kan man, den Platz zu ersparen, mit Ziffern gegen die rechte Hand zu exprimiren, nemlich also: a^3, nicht aber gegen die lincke, nemlich 3a, denn die Ziffer vor dem a deutet an, daß die a sind addiret, jene 3 aber nach dem a deutet an, daß die a sind multi-

multipliciret worden. Wiewol die Addition und Multiplication in der Ziffer-Rechnung auf ein facit hinaus lauffet. Z. E. wenn man dreymal 24 multipliciret, kommt zum Product 72; ingleichen, wenn man 24 dreymal unter einander setzet, und addiret, erscheinet gleichfalls 72 zum Product. Allein bey der Buchstab-Rechnung, wenn gleiche Buchstaben mit gleichen Buchstaben ohne Plus-Zeichen sollen multipliciret werden, da geht es nicht die Ziffern, sondern die Grössen an; als wenn man a mit a multipliciret, kommen zum Product aa, das ist eine Grösse, welche man ein Quadratum oder Zens nennet. Man lasse demnach das a 3 gelten, diese Zahl mit sich selbst multipliciret, bringt 9, denn dreymal 3 ist 9, diese 9 ist ein Quadratum, oder Zensus; Multipliciret man aa mit a, kommen aaa, oder a^3, welches eine Grösse ist, die man einen Cubum nennet, welcher vermittelst des gegebenen Radicis 3, entsprungen, und 27 beträgt; Denn ein Cubus ist, wenn dessen Wurtzel dreymal in einander multipliciret wird, als dreymal 3 ist 9, und dreymal 9 ist 27. Und so gestalten Sachen nach ist 3a von a^3 sehr weit unterschieden: Denn das erste bedeutet, daß die Grösse oder Quantität a von einer Dimension * sey,

E 2

* Dimensio ist eine Ausdehnung eines Dinges in die Länge, Breite, Dicke, Höhe und Tieffe. Dahero giebts dreyerley Dimensiones, 1) die Länge, 2) die Breite, 3) die Dicke, zu welcher auch die Höhe und Tieffe zu rechnen ist.

sey, und dreymal genommen werden; Hingegen aber das andere, a^3 bedeutet, daß es von 3 Dimensionen sey. Wenn man demnach vor bbbc schreibet b3c, so gehöret die Zahl 3 zu b, und nicht zu c.

II. Wenn Ziffern vor denen Buchstaben stehen, so vielfältiget man die Ziffern mit Ziffern, und Buchstaben mit Buchstaben.

Z. E.

	4 a	4 b
mit	2 b	mit c
	8 ab	4 bc.

Item, multipliciret $7b^2$ mit 3b, wie heisset das Product? Antwort: $21b^3$.

Elaboratio.

$7b^2$ mit $3b$

$21b^3$.

Decl. Dieses ist also zu verstehen: Lasset b so viel als 2 gelten, so wird $7b^2 = 28$, und $3b = 6$, dahero wenn man 28 mit 6 multipliciret, so ist das Product 168, welche Summa gleich $21b^3$. Oder also: $7b^2$ das sind 7 Zens, welches man aus dem Exponente 2, der bey dem Buchstaben b stehet, ersehen kan, und diese 7 Zensus, weil Radix 2. betragen 28. Denn wenn Radix 2, so ist das Quadratum oder der Zensus 4, und also viermal 7 Zens thut 28. Ferner, weil

weil 3 b 6 betragen, als multipliciret man damit die 28, kommen 168. Diese Zahl nun ist dem facit 21 b^3 gleich. Denn wenn diese producirte 21 Cub. wie man aus dem Exponente 3 schlůssen kan, daß es eine solche Grösse sey, resolviret, und saget: Wenn 1 C deßen Radix 2, 8 ist, so můssen 21 C. 168 seyn, denn achtmal 21 thut 168.

III. Wenn Buchstaben, sie mögen einerley oder nicht einerley seyn, mit gleichem Zeichen zu multipliciren vorkommen.

Z. E. Multipliciret a † b † c mit d, was ist das Product? Antw. a d † b d † c d.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} a \dagger b \dagger c \\ d \\ \hline ad \dagger bd \dagger cd. \end{array}$$

Decl. Man setzet die Buchstaben des Multiplicandi mit Zusetzung des Multiplicatoris in der Reihe hin, nemlich des Multiplicandi sein erster Buchstabe ist a, darzu der Multiplicator ist a d †; Der andere Buchstabe des Multiplicandi ist b, darzu der Multiplicator so ist bd †; Der dritte Buchstabe des Multiplicandi ist c, darzu d, so ist c d.

Not. Es ist hier einerley, ob man bey der Rechten oder Lincken anfänget, nemlich ob man sagt: ad † bd † cd, oder ob man spricht: cd † bd † ad. Es ist auch einerley, ob man die Buch-

staben versetze, und sage: da † db † dc. Doch es ist besser, wenn man sich der Ziffer-Ordnung bedienet.

2) Item, multipliciret a † b mit c † d, was kömmt zum Product? Antw. ac † bc † ad † bd.

Elaboratio.

a † b
c † d
―――――――
ad † bd
ac † bc
―――――――
ac † bc † ad † bd.

Decl. 1) Nehmet des Multiplicandi seinen Buchstaben a, und schreibet darzu den Multiplicatorem d, kommt ad †, setzet ihn auch bey b, kommt ad † bd; 2) Nehmet hinwiederum des Multiplicandi seinen Buchstaben a, und schreibet darzu den Multiplicatorem c, kömmt ac †, setzet ihn auch zu b, kommt ac † bc. 3) Addiret beyde Producta, welches darinnen bestehet, daß man sie in einer Linie nach einander nebst dem Plus-Zeichen hinschreibet, nemlich: ac † bc † ad † bd.

3) Item, multipliciret a — b mit a — c, was wird zum Product erscheinen? Antwort: aa — ab — ac † bc.

Elaboratio.

a — b
a — c
―――――――
— ac † bc
aa — ab
―――――――
aa — ab — ac † bc.

Decl.

Decl. Wenn man ein Minus-Zeichen mit dem andern, das ist, einen Defect mit dem andern multipliciren soll, so wird das Productum anfangs mit dem Plus-Zeichen notiret: denn so offt man einen Defect mit einem Defect multipliciret, so offt ist auch ein würckliches Quantum vorhanden, welches das † Zeichen bekommen muß.

4) Item, multipliciret d — f mit a — c, was beträgt das Product? Antwort: ad — af — cd † cf.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} d - f \\ a - c \\ \hline - cd + cf \\ ad - af \quad\quad \\ \hline ad - af - cd + cf. \end{array}$$

Decl. Bey diesem Exempel hat man bey der lincken Hand angefangen zu multipliciren, und auch die Buchstaben anders lociret, weil es auf eins hinaus laufft, vermittelst der vorhero gegebenen Anmerckung, und gesagt: a mit d giebt ad, a mit — f giebt — af, — c mit d giebt — cd; Aber — c mit — f giebt nicht — cf, sondern † cf. Dieses ist also zu verstehen: Man lasse d gleich 8. f = 4, a = 6, und c = 3 seyn. 1) sage ich, 6mal 8 ist 48, und 4mal 6 giebt 24, wie oben bewiesen. 2) — 3mal 8 giebt gleichfalls

falls — 24, aber — 3mal — 4 muß nothwendig † 12 machen. Denn erstlich, da ich 6 mit 8 vielfältigte, bekam ich zum Product 48, welches zu viel war; sintemal ich ja nicht die gantze 6 mit der gantzen 8 multipliciren, sondern nur 6 — 3 mit 8 — 4, das ist, 3 mit 4. Hernach bekam ich — 24, und abermal — 24, das ist, von den 48 subtrahirte ich zweymal 24, das ist, 48. Hier subtrahirte ich aber zu viel ab, dann es bliebe ja nichts, darum ist kein ander Mittel, als daß die vierdte producirte Zahl, nemlich 12 mit † gesetzet werde, dasjenige zu erstatten, was in der andern und dritten producirten Zahl zu viel war abgezogen worden. Ist also die gantze vorgebrachte Summa oder Zahl 48 — 24 — 24 † 12, welches insgesamt nur 12 ist. Und so trifft's genau ein, dann 6 — 3 mit 8 — 4, das ist, 3mal 4 machet 12. Stehet also:

$$\begin{array}{rrrr} 8 & -\ 4 & & \\ 6 & -\ 3 & & \\ \hline 48 & -\ 24 & & \\ & -\ 24 & +\ 12 & \\ \hline 48 & -\ 48 & +\ 12 & = 12. \end{array}$$

Und also ist es auch mit denen Buchstaben beschaffen. Ich setze erstlich a d, welches zu viel ist; Ratio: denn ich soll ja nicht die gantzen Buchstaben mit einander multipliciren, sondern nur ein Theil derselben, d — f mit a — c, darum ziehe ich durch beyde nachfolgende erwach-

sene

sene, nemlich — af und cd wiederum ab; aber ich ziehe zu viel, ja alles ab, daß nichts bleibet: denn ad = 48, und af = 24, samt cd = 24 machen gleichfalls 48, wie in der Ziffer-Rechnung zu ersehen. Als muß ich derowegen vor die letztere erwachsene, nemlich cf nothwendig † setzen, daß ich hinwiederum erstatte, was zu viel war weggenommen.

IV. Wenn Buchstaben, sie mögen einerley oder nicht einerley seyn, mit ungleichen Signis theils mit Ziffern theils ohne Ziffern zu multipliciren vorkommen.

Z. E. Multipliciret 1 a † 2 mit 2 a † 3, was kommt zum Product? Antw. 2 aa † 7 a † 6.

Elaboratio.

```
      1 a † 2 mit 2 a † 3.
      2 a † 3
  ------------------------
      3 a † 6
2 aa † 4 a
  ------------------------
2 aa † 7 a † 6
```

Decl. Saget: 3mal 2 ist 6, und 3mal 1a, thut 3a, und also 3 a † 6; Ferner saget: 2a mal 2, thut 4a, solche schreibet unter 3a; Endlich sprecht: 2amal 1a thut 2aa, (beym multipliciren müssen auch die Buchstaben vermehret werden, wie allbereit beym ersten Unterscheide erinnert worden:) und also 2 aa † 4a. Hierauf addiret, so ist das Product: 2aa † 7a † 6.

Dieses ist also zu verstehen und zu demonstriren: Man lasse a 4 gelten, so wird 1a † 2 gleich seyn 6, denn 4 und 2 ist 6, und 2a † 3 wird gleich seyn 11, denn 8 und 3 thut 11. Wenn man nun 6 mit 11 multipliciret so ist das Product 66, und ist gleich 2aa † 7a † 6. Denn 1aa ist ein Zens, dessen Radix 4, und 4 mal 4 ist 16, als Zens, zwey Zens aber thun 32, hierzu 4mal 7 ist 28, macht 60, und noch † 6 darzu, kommen 66. Welches war zu beweisen.

2) Item, multipliciret 3x † 3 mit 4x — 2, was ist das Product? Antw. 12xx † 6x — 6.

Elaboratio.

† 3x † 3
† 4x — 2

— 6x — 6
12 xx † 12x

12 xx † 6x — 6.

Dieses ist also zu verstehen und zu beweisen: Lasset x 4 gelten, so werden 3x † 3 gleich 15 seyn, denn 3x thut 12, und 3 darzu ist 15, und 4x — 2 wird 14 gleich seyn, denn 4x thut 16, hiervon 2 abgezogen, bleibt 14. Wenn man nun 15 mit 14 multipliciret, so kömmt zum Product 210, welches gleich 12xx † 6x — 6. Denn 12 Zens, weil Radix 4 ist, thun 192, hierzu 6x, oder 24, weil 1x 4 gilt, thut 216, hiervon — 6 abgezogen, kommt 210. Welches war zu beweisen.

3) Item,

3) Item, multipliciret a † b — c mit a † b — c, wie wird das Product heissen? Antwort: aa † 2 ab — 2 ac † bb — 2 bc † cc.

Elaboratio.

a † b — c
a † b — c

— ac — bc † cc
† ab † bb — bc
aa † ab — ac

aa † 2ab — 2ac † bb — 2bc † cc.

Decl. 1) Saget: — c mit — c multipliciret, thut † cc. Warum ihr aber nicht — cc sondern † cc schreiben müsset, ist im vorhergehenden letzten Problemate des dritten Unterscheids ausgeführet worden. 2) Saget: — c mit † b, thut — bc. Warum ihr nicht † bc, sondern — bc schreiben müsset, ist in der Vorbereitung zur Multiplication num. 4. angemercket worden. 3) Saget: — c mit † a thut — ac. Ferner gehet zum andern Gliede, und saget vors 4) b mit — c thut — bc, und 5) b mit b, bb. 6) Saget: † b mit a thut † ab. Hierauf ergreiffet das dritte Glied, und saget vors 7) † a mit — c thut — ac; 8) Saget: a mit † b, thut † ab; 9) a mit a thut aa. Diese Producta werden nebst vorhergezogener Linie in eine Summa folgender massen gebracht: 1) Saget, † cc und nichts darzu, ist † cc; 2) Saget: — bc und bc werden addiret, die thun — 2 bc. 3) Weil — ac zweymal vorhanden, so wird — ac — ac mit

einander

einander addiret, und geschrieben $-2ac$. 4) Saget: $+ab$ und $+ab$ thut zusammen $2ab$. 5) Saget: bb thut bb. Endlich vors 6) saget: aa, und nichts darzu, thut aa.

4) Item, multipliciret $a+b$ mit $a-b$, was ist das Product? Antw. $aa-bb$.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} a + b \\ a - b \\ \hline -ab - bb \\ aa + ab \quad\;\; \\ \hline aa - bb. \quad\;\; \end{array}$$

Decl. 1) Multipliciret $-b$ mit $+b$, kömmt $-bb$. 2) Multipliciret $-b$ mit a, thut $-ab$; 3) Multipliciret a mit $+b$, kommt $+ab$; 4) a mit a multipliciret, giebt aa. Und weil bey der Addition derer Producten, die Buchstaben ab zweymal vorhanden, als hat man, nach dem in der Addition des 4ten Unterscheids, beym 4ten Exempel gegebenen Unterrichte procediret, und die zwey gleichen Producta mit einander aufgehoben.

5) Item, multipliciret $5x+4$ mit $3x-2$, wie heist das Product? Antwort: $15xx+2x-8$.

Elaboratio.

$$\begin{array}{r} 5x + 4 \\ 3x - 2 \\ \hline 15xx + 12x \quad\;\; \\ -10x - 8 \\ \hline 15xx + 2x - 8 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 5x + 4 \\ 3x - 2 \\ \hline -10x - 8 \\ 15x + 12x \quad\;\; \\ \hline 15xx + 2x - 8. \end{array}$$

Magi-

Magister.

Aus diesen vier Regeln oder Unterschieden der Algebraischen Multiplication werdet ihr hoffentlich alles wohl begreiffen und behalten haben, sintemal ich euch alles klar und deutlich nach euern Captu vorgetragen und demonstriret.

Scholar.

Ja, ja, Herr Magister, ich kan es nicht läugnen, Sie haben allen möglichsten Fleiß angewendet, die Algebraische Multiplication mit allen ihren Zauber-Zeichen und Possen mir zu inculciren, und was meiner Vernunfft contrair und unbegreifflich zu seyn schiene, das haben Sie derselben begreifflich und leicht gemacht. Unterdessen aber so schwer als mir die vorgetragene vier Unterschiede oder Regeln zu begreiffen vorkamen, so kan ich gleichwol noch nicht ihren besondern Nutzen daraus ersehen, vielweniger wie ich dieselbe bey Vermehrung meiner schlechten Einnahme, und zu Tilgung meiner Schulden appliciren soll.

Magister.

Ich wolte, daß ich das Studium Algebraicum mit euch nicht angefangen hätte, weil ihr euch so ungeduldig und moquant darbey erzeiget. Meynet ihr denn, daß es ein Zimmerhauer- oder Maurer-Handwerck ist, bey welchem, so bald ein Lehr-Junge aufgenommen wird, seine 3 gl. täglich zu Lohne hat. Nein, ihr müsset vorhero eure

eure Lehr-Zeit ausstehen, oder vielmehr den Cursum Algebraicum absolviren, und solche kunstreiche Wissenschafft wohl inne haben, alsdann wird sich schon der verheissene Nutzen, und das daraus fliessende Vergnügen reichlich zeigen. Fahret nur ferner fort in euern bisherigen Fleisse, als auch guter Zahlung, und lernet hierauf auch die Algebraische

DIVISION

welche gleichfalls in folgenden vier Regeln oder Unterschieden bestehet:

I. Wenn der Dividendus und Divisor einfach sind, und sich in beyden einerley Buchstaben befinden.

Z. E. Dividiret ab durch a, was wird der Quotiens seyn? Antw. b.

Elaboratio.

Der Dividendus ist a b f b
Der Divisor ist a a

a b. Prob.

Decl. Nachdem in dieser Aufgabe der Dividendus und Divisor einfach sind, und sich in beyden einerley Buchstaben befinden, als werden die gleichen Buchstaben, nemlich a mit a aufgehoben, so giebt b den Quotienten. Wenn man nun den Quotienten b mit dem Divisore a, multipliciret, so kömmt der Dividendus wieder heraus, nemlich ab.

2) Item,

2) Item, dividiret a b c durch a b, was kömmt zum Quotiente? Antw. c.

Elaboratio.

		Probatio.
a b c	c Quotiens	a b
a b		c
		a b c

Item, dividiret b c f g durch b c, was ist der Quotus? Antw. f g.

Elaboratio und Probatio.

b c f g	f g Quotus	b c
b c		f g
		b c f g Divid.

4) Item,

		Prob.
b b d	b d Quot.	b d
b		b
		b b d Divid.

II. Wenn der Dividendus oder der Divisor, oder beyde zugleich, viele Glieder haben, welche entweder durch Plus oder Minus allein, oder vermittelst Plus und Minus zugleich zusammengefüget sind.

Z. E. Dividiret c d † c g durch c, wie wird der Quotus heissen? Antw. d † g.

Elabo-

Elaboratio.		Probatio.
cd + cg	d + g	d + g
c c		c
		cd + cg.

Decl. 1) Schreibet c unter cd, und saget: c in cd hab ich d, und c mit d multipliciret, giebt zum Product cd, und da gehet cd mit cd auf. 2) Rücket den Divisorem fort unter cg, und saget: c in + cg hab ich + g, dieses schreibet zum Quotiente, kommt d + g, wie die Elaboratio ausweiset.

Not. Wenn in der Druckerey durchgestrichene Buchstaben zu bekommen wären, wie bey der Ziffer-Rechnung die Ziffern durchgestrichen sind, so hätte man die Buchstaben, welche mit einander aufgehoben sind, durchgestrichen vorgestellet, welches sich derjenige zum Vortheil kan gesaget seyn lassen, der auf der Tafel mit Schiefer oder Kreide rechnet.

3) Item, dividiret bf + bg + cf + cg durch f + g, was kömmt zum Quoto? Antw. b + c.

Elaboratio und Probatio.

bf + bg + cf + cg	b + c	b + c
f + g f + g		f + g
		+ cf + cg
		bf + bg
		bf + bg + cf + cg.

Decl.

Decl. 1) Saget: f in bf hab ich b, und b multipliciret mit f, machet bf, und bf gehet mit bf auf. 2) Multipliciret b mit g, thut bg, und bg mit bg gehet auf. 3) Rücket den Divisorem fort, und saget: f in cf hab ich c, solches c schreibet nebst dem Plus-Zeichen bey b, hierauf multipliciret c mit f giebt cf, und da gehet cf mit cf auf. 4) Multipliciret auch c mit g, thut cg, und cg mit cg gehet auch auf, ist also b + c der Quotus oder der Inhalt.

Not. Man hat eben allhier nicht so sehr auf die Ordnung der Buchstaben zu sehen, wie in der Zahl- oder Ziffer-Rechnung. Z. E. wenn ich obigen Dividendum in dieser Ordnung geschrieben hätte: bf + cf + bg + cg, so könte ich gleichwol denselben durch f + g theilen, und wie vorhin sagen, f in bf hab ich b, b aber und f giebt bf, und da gehet bf mit bf auf; Item, b mit g machet bg, und weil man bg mit bg aufheben kan, als gehet cf vorbey, und kommet es also zu stehen:

bf + cf + bg + cg	b
f + g	

Hierauf schreibet man den Divisorem unter cf, welche man vorbey gehen lassen, als auch unter cg, und saget: f in cf hab ich c, c aber mit f giebt cf, und da gehet cf mit cf auf; Und weil c mit g auch cg beträgt, als gehet cg mit cg auch auf, stehet also;

$$\begin{array}{l|l} bf + cf + bg + cg & b + c. \\ f + g \quad\quad + g & \\ f & \end{array}$$

Anbey ist auch anzumercken, daß, so offt in der Division die Subtraction vorkömmt, als verfähret man nach denen daselbst gegebenen Regeln, wie aus den allbereit gegebenen Exempeln genugsam zu ersehen. Z. E. wenn ich den Quotum oder Inhalt b, mit dem Divisore f multiplicire, so entstehet bf, welche Grösse ich von bf, als Dividendo, abziehen soll, und da werde ich genöthiget, nach der oben bey der Subtraction gegebenen Regel das + Zeichen nur in Gedancken in ein − Zeichen zu verwechseln, nemlich − bf, und so gehet ÷ bf mit + bf auf.

3) Item, dividiret dd − gg durch d + g, was ist das Quotum? Antw. d − g.

Elaboratio und Probatio.

$$\begin{array}{l|l} dd - gg & d - g \\ d + g & \end{array} \qquad \begin{array}{r} d - g \\ d + g \\ \hline dg - gg \\ dd - dg \quad\quad \\ \hline dd \quad - \quad gg \end{array}$$

Decl. Weil in dieser Aufgabe der Dividendus mit dem Divisore gleiche Buchstaben hat, so werden die gleichen gegen einander ausgestrichen oder aufgehoben, als d mit d gehet auf, desgleichen g mit g, und bleibet zum Quoto übrig d − g. Ich sehe wohl, daß ihr fragen wollet: Warum

Warum schreibet man zwischen d und g das Minus-Zeichen? Antwort: Vermittelst der in der Multiplication gegebenen 3 Regeln: 1) Plus mit Plus giebt Plus. 2) Minus mit Plus oder Plus mit Minus giebt Minus. 3) Minus mit Minus giebt Plus.

4) Item, dividiret — c d b mit — c d, was ist das Quotum? Antw. + b.

Elaboratio und Probatio.

— c d b	+ b	— c d
— c d		+ b
		— c d b

5) Item, dividiret a c + a d + b c + b d durch c + d, wie heist der Quotus? Antw. a + b.

Elaboratio.		Probatio.
ac + ad + bc + bd	a + b	a + b
c + d c + d		c + d
		+ bc + bd
		ac + ad
		ac + ad + bc + bd.

6) Item, dividiret cc + cd — cd — dd durch c + d, was ist der Quotiens? Antw. c — d.

Elaboratio.

cc + cd — cd — dd	c — d
c + d c + d	

Decl. 1) Saget: c in c hab ich c, und c mit c multipliciret, giebt c c, solche von c c abgezo-

gen, bleibet nichts, und gehen die Buchstaben mit einander auf. 2) Multipliciret d mit c, kömmt cd, und cd gehet mit cd auf. Rücket den Divisorem fort, schreibet ihn unter cd — dd, und saget vors 3) c in d hab ich d, solches schreibet hinter das c nebst dem Minus-Zeichen, hierauf multipliciret c mit d, kommt cd, und cd gehet mit cd auf. 4) Multipliciret d mit d, kommt dd, welche mit dd aufgehen. Warum man aber c — d und nicht c † d zum Quoto geschrieben, solches ist geschehen, vermittelst der andern allbereit gegebenen Regel in dem dritten Unterschiede: Minus mit Plus, oder Plus mit Minus giebt Minus. Und daß diese Division ihre Richtigkeit habe, kan man aus der folgenden Probe ersehen, wenn man nemlich das Quotum c — d mit dem Divisore c † d vermehret, wie bey der gemeinen Division zu geschehen pfleget, so kömmt der Dividendus cc † cd — cd — dd wieder heraus, stehet also:

$$\begin{array}{rr} & c - d \\ & c + d \\ \hline & - cd - dd \\ cc + cd & \\ \hline cc + cd & - cd - dd. \end{array}$$

Will man aber das Productum abbreviren, oder verkürtzern, so darf man nur setzen cc — dd, weil † cd und — cd einerley Buchstaben sind, als gehen dieselben mit einander auf.

III. Wenn

III. Wenn der Dividendus und Divisor nicht einerley Buchstaben haben, das ist, wenn die Buchstaben des Divisoris in denen Buchstaben des Dividendi nicht enthalten sind.

Z. E. Dividiret b durch c, was ist der Quotus? Antw. $\frac{b}{c}$

Elaboratio.

$\frac{b}{c}$ oder b:c, oder b(c

Decl. Weil in dieser Aufgabe sowol der Dividendus als auch der Divisor nicht einerley Buchstaben haben, und also nicht einer in dem andern kan aufgehoben werden, als machet man entweder zwischen b und c einen Strich, daraus ein Bruch wird, oder man schreibet zwischen b und c das Division-Zeichen, welches die Lateiner ein Colon nennen, nemlich zwey Puncte, oder nach der alten Algebraischen Art einen halben Circkel, so ist die Division verrichtet. Durch welches Verfahren oder Signiren nur angedeutet wird, daß b durch c soll dividiret werden.

Magister.

Diese Art zu dividiren wird euch, mein Freund, als einem Anfänger, da ihr blos und allein an die Zahlen oder Ziffern gewöhnet seyd, sehr seltsam und ungereimt vorkommen, weil in der Ziffer-Rechnung, ob schon der Divisor nicht

etliche mal just und accurat im Dividendo ste- cket, dennoch gewöhnlicher massen dividiret, und nur das Residuum als ein Bruchstück dem Quoto angehänget wird, hier aber bleibt der gantze Dividendus als ein Bruchstück über dem Divisore stehen. Allein wenn man nur bedencket, daß das dividiren der Buchstaben nicht um sein selbst willen geschiehet, sondern entweder in der dritten Algebraischen Operation, welche Reductio heisset, entweder wieder aufgehoben, oder gebrauchet wird, eine Regel auszufinden, nach welcher man die durch Buchstaben angedeuteten Grössen oder Quanta würcklich tractiren könne und solle, wird man leicht begreiffen, daß es hierzu genung sey, wenn man nur weiß, daß ein gewisses Quantum durch ein anderes auch gegebenes Quantum dividiret werden solle, wie in folgenden Unterredungen davon soll ausführlich gehandelt werden.

Scholar.

Es kommt mir freylich, als einem Anfänger dieser Wissenschafft, das Algebraische dividiren wunderlich, und seltsam vor, inzwischen fahren Sie nur fort in Ihrer fidelen Information, ich hoffe aber, daß ich bey folgenden Auflösungen derer Problematum, welche per Reductionem und Æquationem derer Grössen, wie ich allbereit gehöret, geschehen müssen, so dann die Division werde besser begreiffen und verstehen lernen können. Anbey wünsche ich nur noch einige

Exem-

Exempel zu elaboriren, da der Dividendus nicht allein aus mehr als aus einem Buchstaben, sondern auch aus zusammen gesetzten Grössen bestehet.

Magister.

Mercket und elaboriret folgende Problemata: Z. E. Dividiret cb durch a, was wird der Quotus seyn? Antw. $\frac{cb}{a}$

Elaboratio.

$\frac{bc}{a}$ oder cb : a oder cb (a.

2) Item, dividiret bcd durch ab, wie wird der Quotiens heissen? Antw.

$\frac{bcd}{ab}$ oder bcd : ab, oder bcd (ab.

3) Item, dividiret ab † cf durch d, was heist der Quotus? Antw.

$\frac{ab \dagger cf}{d}$ oder (ab † cf) : d, oder ab † cf (d.

IV. **Wenn der Dividendus und Divisor nicht allein aus Buchstaben, sondern auch aus Ziffern und Zahlen bestehet.**

Z. E. Dividiret 6ab durch 2a, wie wird der Quotus heissen? Antw. 3b

Elaboratio.		Probatio.
6 a b	3 b	2 a
2 a		3 b
		6 ab

Decl. Saget 2 in 6 hab ich 3mal, und a mit a gehet auf, dahero kömmt zum Facit 3 b.

2) Item, dividiret 2 cd durch − 5 d, was thut das Facit? Antw. − $\frac{2}{5}$ c.

Elaboratio. Probatio.

2 cd | − $\frac{2}{5}$ c

−5 d |

− $\frac{2}{5}$ c

5 d

10 cd

5) 2 cd.

Decl. Weil 5 in 2 nicht kan genommen werden, als setzet man $\frac{2}{5}$, ingleichen weil d mit d aufgehet, so kömmt zum Facit − $\frac{2}{5}$ c Die Probe ist also gemacht: d mit c multiplicirt, thut cd, und 5mal 2 ist 10, solche mit 5 abdividiret, thut 2 cd.

3) Item, dividiret gemeine Zahlen mit Algebraischen Grössen, nemlich 12 durch b, Antw.

$\frac{12}{b}$ mit b, ingleichen $\frac{24}{x.}$ mit x

Decl. Woraus zu ersehen, daß alles Bruchweise geschehen müsse.

4) Item, dividiret 7 dd † 5 d − 6, durch 3, was kömmt zum Quotienten? Antwort: 2 $\frac{1}{3}$ dd † 1 $\frac{2}{3}$ d − 2.

Elaboratio.

7 dd † 5 d − 6

3) 2$\frac{1}{3}$ dd † 1$\frac{2}{3}$ d − 2.

5) Item,

5) Item, dividiret 5 d^3 † 12 d^2 durch 2 d, was wird der Quotiens seyn? Antw. $2\frac{1}{2}$ d^2 † 6 d,

Elaboratio.

$$\frac{5\ d^3 \dagger 12\ d^2}{2)\ 2\frac{1}{2}\ d^2 \dagger 6\ d.}$$

Decl. Dieses ist also zu verstehen und zu beweisen: Lasset d so viel als Radix 2 gelten, so thut dessen Cubus 8. und 5 Cubi 40; Wenn der Radix 2, so ist dessen Zensus 4, und dahero 12 Zensi 48, solche zu 40 addiret, kommt 88, und weil der Divisor 2 d, so viel als ein Zensus, nemlich 4, als dividire man 88 durch 4, so kommen 22 zum Quotiente, welcher so viel ist als $2\frac{1}{2}$ d^2 † 6 d. Fernerer Beweis: Wenn 1 Zensus 4 gilt, dessen Radix 2, so thun $2\frac{1}{2}$ Zensus 10; Ingleichen, wenn 1 Radix, nemlich d 2 gilt, so thun 6 d oder Radices 12, diese zu 10 addiret, kommen wie oben 22, welches war zu beweisen.

Magister.

Durch diese vier Unterscheide oder Regeln wird euch das Algebraische Dividiren hoffentlich begreifflich und deutlich genugsam seyn vorgetragen worden, daß, wenn ihr solche fleißig wiederholet, nebst der Addition, Subtraction und Multiplication euch sodann alles das, was noch bey der Algebra in denen folgenden Unterredungen zu erkennen ist, wird nunmehro gantz leichte und spielende zu fassen seyn.

 Scholar.

Scholar.

Ja! Ja! Herr Magister, mein Kopff wird bald zum Buchdrucker-Kasten dienen, aus welchem man mehr als einen Bogen mit Lateinischen Littern wird aussetzen können, und die vielen Algebraischen Zauber-Characteres, die mir bey der Erklärung derer Specierum sind in Kopff gesetzet worden, werde ich als Recepte zu Vertreibung unterschiedlicher Fieber gebrauchen können. Jedoch Schertz à part. Ich kan es freylich nicht läugnen, daß ich die mir erklärte 4 Algebraische Species ziemlich wohl begriffen; Allein weil doch bey den Menschen Memoria labilis ist, und man bald das, bald jenes hinwiederum vergessen kan, als bitte den Herrn Magister, mir aus allen denen Algebraischen Speciebus einige Exempel zur Ubung in die Feder zu dictiren, ich will solche zu Hause elaboriren, und die Elaboration, wills GOtt! Morgen mit bringen.

Magister.

Ich will euch gerne hierinnen willfahren, ihr müsset aber euerm Versprechen besser nachkommen, als es bishero zu unterschiedenen malen geschehen, da ich euch bald das, bald jenes Exercicii gratia nach Hause zu elaboriren mitgegeben, ihr solches zu Hause nicht einmal angesehen.

Scholar.

Ich gestehe zwar meinen Fehler, allein die Verhinderungen, die damals darzwischen kamen, haben mich ja sattsam excusiret.

Magister.

Magister.

Ja, ja! Alle eure Excüsen haben sich freylich damals glaubwürdig anhören lassen, die ich nicht habe weiter untersuchen wollen, weil es nicht mir, sondern euch vielmehr geschadet. Inzwischen notiret euch folgende Problemata oder Aufgaben, und zwar

1) Aus der Addition.

1) Addiret c und d, was ist das Aggregat? Antw. c + d.

2) Item, bringet in eine Summa d, f, g, wie heisset dieselbe? Antw. d + f + g.

3) Item, setzet zusammen f + d und a + c, was ist die Summa? Antw. f + d + a + c.

4) Item, addiret cd + ab und ad — ag, wie viel ist die Summa? Antw. cd + ab + ad — ag.

5) Item, summiret cde — acd, und efg + fgh, was beträgt das Aggregat? Antw. cde — acd + efg + fgh.

6) Item, setzet zusammen c + 4d und c + 2d, was thut die Summa? Antw. 2c + 6d.

7) Item, addiret 4c — 3d und 2c — d, wie wird das Aggregat heissen? Antw. 6c — 4d.

8) Item, summiret cd + 5ab — dg + 4fh, und dg — 6fh + 2ab + cd, wie heisset die Summa? Antw. 2cd + 7ab — 2fh.

9) Item, setzet ab + 5bc + de + 6cd zu de — 2cd + bc — ab, was thut das Aggregat? Antw. 6bc + 2de + 4cd.

2) Aus

2) Aus der Subtraction.

1) Subtrahiret c von b, was ist das Residuum? Antw. $b - c$.

2) Item, ziehet ab b und c von a, was ist der Rest? Antw. $a - b - c$.

3) Item, decourtiret $a + g$ von b, was bleibet zum Rest? Antw. $b - a - g$.

4) Item, subtrahiret $a - g$ von b, was ist der Rest? Antw. $b - a + g$.

5) Item, ziehet ab $-d + g$ von $c - a$, was ist das Residuum? Antw. $c - a + d - g$.

6) Item, decourtiret $f + g$ von $c + g$, was bleibet Rest? Antw. $c - f$.

7) Item, subtrahiret $f + g$ von $c - g$, was bleibet übrig? Antw. $c - 2g - f$.

8) Item, subtrahiret $b + 2c$ von $2b - 5c$, was ist das Residuum? Antw. $b - 7c$.

9) Item, decourtiret $b - 2c$ von $5b - 5c$, was bleibet übrig? Antw. $4b - 3c$.

10) Item, ziehet ab $de - 8cd + 2bc + ab$ von $ab + 5bc - de + 6cd$, was bleibet Rest? Antw. $3bc - 2de + 14cd$.

11) Item subtrahiret $a + b - c$ von $2a - b + 2c$, was ist das Residuum? Antw. $a - 2b + 3c$.

12) Item, $a - b + 2c$ von $a + 2b - c$, was bleibt übrig? Antw. $+3b - 3c$.

3) Aus der Multiplication.

1) Multipliciret g mit d, was ist dessen Product? Antw. dg.

2) Item, vielfältiget cf mit gh, was kommt zum Product? Antw. $cfgh$.

3) Item, vermehret $3c$ mit $2a$, was ist das Facit? Antw. $6ac$.

4) Item, multipliciret $4c$ mit d, was kommt zum Product? Antw. $4cd$.

5) Item, vielfältiget $d + g$ mit a, was ist das Facit? Antw. $ad + ag$.

6) Item, augiret $d - g$ mit a, was wird zum Product erscheinen? Antw. $ad - ag$.

7) Item, vermehret $a + b$ mit $d + g$, was kömmt zum Facit? Antw. $ad + ag + bd + bg$.

8) Item, multipliciret $a - b$ mit $d - g$, was kömmt zum Product? Antw. $ad - ag - db + bg$.

9) Item, vermehret $d + g$ mit $d + g$, was zur Summe? Antw. $dd + 2dg + gg$.

10) Item, vielfältiget $d - g$ mit $d - g$, was erscheinet zum Facit? Antw. $dd - 2dg + gg$.

11) Item, multipliciret $d + g$ mit $d - g$, was thuts? Antw. $dd - gg$

12) Item, vermehret $dd + 2dg + gg$ mit $d + g$, was kommt zum Product? Antw. $d^3 + 3ddg + 3dgg + g^3$.

13) Item, augiret $dd - 2dg + gg$ mit $d - g$, was kommt? Antw. $d^3 - 3ddg + 3dgg - g^3$.

14) Item, multipliciret $dd - dg + gg$ mit $d + g$, was kommt zum Product? Antw. $d^3 + g^3$.

15) Item, vermehret $3g + 3$ mit $4g - 2$, was kommt? Antw. $12gg + 6g \div 6$.

4) Aus

4) Aus der Division.

1) Dividiret bc durch b, was wird der Quotus seyn? Antw. c.

2) Item, theilet bcd durch b, was kommt zum Quoto? Antw. cd.

3) Item, dividiret bcd durch bc, was ist der Quotiens? Antw. d.

4) Item, wenn man c durch c theilet, was kommt zum Quotiente? Antw. 1.

5) Item, wenn man c durch 1 dividiret, was kommt zum Quoto? Antw. c.

6) Item, dividiret 4cd durch 2c, was ist der Quotus? Antw. 2d.

7) Item, theilet ad † ag durch a, was ist der Quotiens? Antw. d † g.

8) Item, wenn man ad — ag — db † bg durch d — g theilet, was wird der Quotiens seyn? Antw. a — b.

9) Item, dividiret dd † 2dg † gg durch d † g, was wird vor ein Quotus erscheinen? Antw. d † g.

10) Item, theilet dd — 2dg † gg durch d — g, was kommt zum Facit? Antw. d — g.

11) Item, dividire dd — gg durch d — g, was ist der Quotus? Antw. d † g.

12) Item, wenn man dd — gg durch d † g dividiret, was kömmt zum Quotiente? Antw. d — g.

13) Item, theilet c † d durch a, was ist der Quotiens? Antw. $\frac{c + d}{a}$ oder (c † d) : a.

14) Item,

14) Item, dividiret b † c durch a † d, was ist der Quotus? Antw. $\frac{b \dagger c}{a \dagger d}$ oder (b † c):(a † d.)

15) Item, theilet defg durch defk, was kommt zum Quoto?. Antw. $\frac{g}{k}$

Scholar.

Die Problemata, welche mir der Herr Magister auf mein Ersuchen gestern in die Feder dictiret, habe dieselben nach der mir mitgetheilten Anweisung vermittelst derer Unterscheide oder Regeln einer ieden Speciei, alle elaboriret, welche hiermit vor Ihre Augen lege; Damit Sie nicht Ursache haben, mich hinwiederum einer Nachlässigkeit zu beschuldigen. Bitte anbey, Sie wollen die Mühe über sich nehmen, und solche examiniren, ob ich denen mir gegebenen Regeln gemäß in allen recht procediret habe?

1) Elaborirte Exempel aus der Addition

1)
```
  c
  d
-----
c † d.
```

2)
```
    d
    f
    g
---------
d † f † g.
```

3)
```
     f † d
     a † c
-----------------
f † d † a † c.
```

4)
```
      cd † ab
      ad — ag
---------------------
cd † ab † ad — ag.
```

5) cde

5)
$$\begin{array}{l} cde - acd \\ efg + fgh \\ \hline cde - acd + efg + fgh. \end{array}$$

6)
$$\begin{array}{l} c + 4d \\ c + 2d \\ \hline 2c + 6d. \end{array}$$

7)
$$\begin{array}{l} 4c - 3d \\ 2c - d \\ \hline 6c - 4d \end{array}$$

8)
$$\begin{array}{l} cd + 5ab - dg + 4fh \\ gd - 6fh + 2ab + cd \\ \hline 2cd + 7ab - 2fh. \end{array}$$

9)
$$\begin{array}{l} ab + 5bc + de + 6cd \\ de - 2cd + bc - ab \\ \hline 6bc + 2de + 4cd \end{array}$$

2) Elaborirte Exempel aus der Subtraction.

1)
$$\begin{array}{l} b \\ c \\ \hline b - c \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{l} b \\ \left\{ \begin{array}{l} c \\ d \end{array} \right. \\ \hline b - c - d. \end{array}$$

oder
$$\begin{array}{l} b \\ c + d \\ \hline b - c - d. \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{l} b \\ a + g \\ \hline b - a - g \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{l} b \\ a - g \\ \hline b - a + g \end{array}$$

5)
$$\begin{array}{l} c - a \\ -d + g \\ \hline c - a + d - g \end{array}$$

6)
$$\begin{array}{l} c + g \\ f + g \\ \hline c - f \end{array}$$

7)
$$\begin{array}{l} c - g \\ f + g \\ \hline c - 2g - f \end{array}$$

8)
$$\begin{array}{l} 2b - 5c \\ b + 2c \\ \hline b - 7c. \end{array}$$

9)
5b — 5c
b — 2c
____
4b — 3c

10)
ab † 5bc — de † 6cd
de — 8cd † 2bc † ab
____
3bc — 2de † 14cd.

11)
2a — b † 2c
a † b — c
____
a — 2b † 3c.

12).
a † 2b — c
a — b † 2c
____
† 3b — 3c.

3) Elaborirte Exempel aus der Multiplication.

1)
d
g
____
dg

2)
cf
gh
____
cfgh

3)
3c
2a
____
6ac

4)
4c
d
____
4cd

5)
c^3
$3\ d^3$
____
$3\ c^3\ d^3$

6)
d † g
a
____
ad † ag

7)
d — g
a
____
ad — ag.

8)
a † b
d † g
____
ag † bg
ad † bd
____
ad † ag † bd † bg

9)
a — b
d — g
____
— ag † bg
ad — ab
____
ad — ag — db † bg.

10)
$$\begin{array}{r} d + g \\ d + g \\ \hline dg + gg \\ dd + dg \quad\;\; \\ \hline dd + 2dg + gg \end{array}$$

11)
$$\begin{array}{r} d - g \\ d - g \\ \hline -dg + gg \\ dd - dg \quad\;\; \\ \hline dd - 2dg + gg. \end{array}$$

12)
$$\begin{array}{r} d + g \\ d - g \\ \hline -dg - gg \\ dd + dg \quad\;\; \\ \hline dd \quad - \quad gg \end{array}$$

13)
$$\begin{array}{r} dd + 2dg + gg \\ d + g \\ \hline ddg + 2dgg + g^3 \\ d^3 + 2ddg + dgg \quad\;\; \\ \hline d^3 + 3ddg + 3dgg + g^3 \end{array}$$

14)
$$\begin{array}{r} dd - 2dg + gg \\ d - g \\ \hline -ddg + 2dgg - g^3 \\ d^3 - 2ddg + dgg \quad\;\; \\ \hline d^3 - 3ddg + 3dgg - g^3 \end{array}$$

15)
$$\begin{array}{r} dd - dg + gg \\ d + g \\ \hline ddg - dgg + g^3 \\ d^3 - ddg + dgg \quad\;\; \\ \hline d^3 \quad + \quad g^3. \end{array}$$

4) Elaborirte Exempel aus der Division.

1) $\begin{array}{l|l} bc & c \\ b & \end{array}$ 2) $\begin{array}{l|l} bcd & cd \\ b & \end{array}$ 3) $\begin{array}{l|l} bcd & d. \\ bc & \end{array}$

4) $\begin{array}{l|l} c & 1 \\ c & \end{array}$ 5) $\begin{array}{l|l} c & c \\ 1 & \end{array}$ 6) $\begin{array}{l|l} 4cd & 2d. \\ 2c & \end{array}$

7) ad +

	Dividend	Divisor	Quotient
7)	$ad + ag$	a	$d + g$
8)	$ad - ag - db + bg$	$d - g$	$a - b.$
9)	$dd + 2dg + gg$	$d + g$	$d + g$
10)	$dd - 2dg + gg$	$d - g$	$d - g.$
11)	$dd - gg$	$d - g$	$d + g$
12)	$dd - gg$	$d + g$	$d - g.$
13)	c	d	$\frac{c}{d}$
14)	$c + d$	a	$\frac{c + d}{a}$
15)	$b + c$	$a + d$	$\frac{b + c}{a + d}.$
16)	$defg$	$defk$	$\frac{g}{k}$
17)	$bm + cm + dm$	gm	$\frac{b + c + d}{g}.$

Magister.

Nachdem ich aus denen elaborirten und mir überbrachten Algebraischen Aufgaben ersehen, wie daß ihr die vier Species der Algeber wohl begriffen, und inne habt: Als wollen wir in JEsus Namen in der Algebraischen Information ferner fortfahren.

Die vierdte Unterredung

handelt

De radicis quadratæ & cubicæ extractione, das ist, von der Auszziehung der Quadrat- und Cubic-Wurtzel.

Magister.

Mein Freund! Nachdem ihr allbereit vor 2 Jahren von mir seyd unterwiesen worden, wie man sowol Radicem quadratam, als auch cubicam, nebst denen darauf folgenden Wurtzeln, nach der gemeinen Arithmetique extrahiren soll, und mein Anno 1727. edirter so genannter Arith- und Geometrischer Wurtzel-Mann, auch alles so deutlich beschreibet, daß ein Liebhaber dieser Scienz dergleichen Radices proprio marte, ich meyne von sich selbst, erlernen und begreiffen kan: Als achte es unnöthig zu seyn, solche Extraction noch einmal mit euch vorzunehmen, und euch hierdurch aufzuhalten, als auch die ehemalige geschehene Information mir noch einmal bezahlen zu lassen, sondern wir wollen alsobald zur Algebraischen Extraction radicis schreiten, und zeigen, wie man Radicem quadratam und cubicam sowol nach der Algebra numerosa, als auch speciosa extrahiren soll.

Scholar.

Scholar.

Lieber Herr Magister, Ich sehe daß Sie kein interessirter, sondern aufrichtiger Mann sind, indem Sie ein Bedencken tragen, dasjenige, was ich vor zwey Jahren bey Sie gelernet, mir noch einmal vorzutragen, und das Information-Geld bey dieser Gelegenheit noch einmal an sich zu bringen. Ich bekenne aber anbey, daß ich die Extraction derer mancherley Wurtzeln in solcher geraumer Zeit hinwiederum vergessen, weil ich in Erlernung anderer Wissenschafften, absonderlich der Music, dieses Studium habe aussetzen müssen, und dahero nicht repetiren können, noch wollen. Und der von Ihnen gekauffter Arith- und Geometrischer Wurtzel-Mann ist nicht mehr in meinen Händen, vermittelst welchen ich diese Scienz wiederholen könte. Und so gestallten Sachen nach wird der Herr Magister von der Güte seyn, und die Repetition de extractione Radicis quadratæ und cubicæ mit mir noch einmal vorzunehmen sich gefallen zu lassen. Das Information-Geld, welches ich auf die Art noch einmal dafür zahlen soll, ist nicht Ihnen, sondern mir zu imputiren.

Magister.

Es ist freylich wahr, wenn man eine, einmal erlernte Wissenschafft liegen lässet, und solche nicht repetiret, als ist dieselbe leichte wieder vergessen, unterdessen aber hoffe, daß ihr euch gleichwol bey der vorhabenden Repetition eher

und leichter in das und jenes werdet finden können, als es euch anfänglich zu fassen beschwerlich und unbegreifflich zu seyn schiene. Wollen demnach die Repetition anstellen

I. Mit Extrahirung der Quadrat-Wurtzel.

Ihr sollet demnach wissen, daß Radix quadrata, besser aber Radix quadrati oder Zensi in der Geometrie nichts anders als die Basis oder eine Seite eines Quadrati ist. Ich meyne: Es ist die eine Seite einer vorgegebenen gleichseitigen viereckichten Figur, es sey auf dem Pappiere oder Felde. Wenn man nun die eine Seite des Quadrati oder Zensi, als Basin, in vier oder mehr gleiche Theile eintheilet, so heissen alsdann solche Theile Radix Quadrata oder Quadrati, und so man diese Geometrische und zugleich Arithmetische Wurtzel oder Radicem mit sich selbst multipliciret, so wird das Productum ein Quadratum, Teutsch eine Quadrat-Zahl genennet. Z. E. Ich habe die Seite eines gegebenen Quadrats oder Vier-Ecks in 6 Theile getheilet, die Theile mögen nun Ruthen, Schue, Zoll oder auch Ellen seyn oder heissen. Wenn ich nun die 6 Theile mit sich selbst multiplicire, kömmt zum Product 36, dieses Product heisset nun ein Quadratum, Teutsch, eine Quadrat-Zahl, und giebt mir zugleich zu verstehen, daß dieses Quadratum so da zur Stamm-Wurtzel, es seyn nun 6 Ruthen, oder 6 Schue, oder 6 Zoll, oder auch 6 Ellen, dem

gantzen

gantzen Inhalte nach aus 36 Ruthen, oder Schue, oder Zoll, oder Ellen bestehe. Item, solte mir ein Quadratum vorgegeben werden, dessen Basis oder die eine Seite als Radix 12 Schue lang wäre, so käme das Quadratum oder die Quadrat-Fläche auf 144 Schue, dem Inhalte nach. Aus welcher Geometrischen Demonstration zur Genüge erhellet, was Radix Quadrata, und ein Quadratum, oder Quadrat-Zahl sey. Ein mehrers, was Radix und Quadrat-Zahl oder Quadrat-Fläche heisset, kan man aus folgender Tabelle und daraus fliessenden Aufgaben ersehen.

Radix.							Quadrat-Zahl.
1	mal	1	ist	=	=	=	1
2	mal	2	ist	=	=	=	4
3	mal	3	ist	=	=	=	9
4	mal	4	ist	=	=	=	16
5	mal	5	ist	=	=	=	25
6	mal	6	ist	=	=	=	36
7	mal	7	ist	=	=	=	49
8	mal	8	ist	=	=	=	64
9	mal	9	ist	=	=	=	81
10	mal	10	ist	=	=	=	100
11	mal	11	ist	=	=	=	121
12	mal	12	ist	=	=	=	144
13	mal	13	ist	=	=	=	169
14	mal	14	ist	=	=	=	196
15	mal	15	ist	=	=	=	225

16 mal	16 ist	=	= =	256
17 mal	17 ist	=	= =	289
18 mal	18 ist	=	= =	324
19 mal	19 ist	=	= =	361
20 mal	20 ist	=	= =	400
21 mal	21 ist	=	= =	441
22 mal	22 ist	=	= =	484
23 mal	23 ist	=	= =	529
24 mal	24 ist	=	= =	576

Aus dieser Tabelle siehet man, daß der Quadrat-Zahl 576 ihre Wurtzel oder Radix 24 sey. Dieses ist also zu verstehen: Es ist ein viereckigter Acker vorhanden, dessen Innhalt aus 576 Creutz-Ruthen bestehet, und eine Seite dieses Ackers hält ihrer Länge nach 24 Ruthen, welche Länge derselben so dann Basis oder Radix Quadrata heisset. Wenn demnach einem die Zahl 576 vorgegeben wird, daraus Radicem Quadratum zu suchen, das ist, zu sagen, aus wie viel Ruthen oder Ellen des Quadrati seine Basis, oder die eine Seite desselben bestehet, so kan dieselbe Basis oder Stamm-Wurtzel durch folgende Operation gesuchet und angesaget werden:

Elaboratio.

```
 1 1   |
 .   . |
 5 7 6 | 2 4  Radix.
 4 4 (4| 2 4
--------------------
         9 6
       4 8
--------------------
       5 7 6  Probatio.
```

Decl.

Decl. 1) Punctiret die gegebene Zahl 576 von der rechten gegen die lincke Hand zu, und zwar dergestalt, daß allemal eine Ziffer um die andere frey bleibe, als hier ist die frey gebliebene Ziffer 7. So viel nun Puncte vorhanden, aus so viel Zahlen wird auch die Radix oder Wurtzel, die man suchen soll, bestehen. 2) Fanget bey dem ersten Puncte an, und suchet der Zahl 5 ihre genaueste Wurtzel, die ist 2, quadriret dieselbe, und saget: zweymal 2 ist 4, dieses Quadratum 4, subtrahiret von 5, bleibt 1 übrig, solchen Rest schreibet über die 5, dergestalt, daß er über den Punct zu stehen kömmt. Not. hättet ihr pro radice 3 genommen, und solche quadriret, so wäre 9 zum Product kommen, welches man von 5 nicht abziehen kan; hättet ihr aber weniger als 2, nemlich 1 genommen, so wäre das Quadratum 1 gewesen, welches wenn ihr von 5 abgezogen hättet, so würde euch zu viel übrig geblieben seyn; Dahero muß man iederzeit die Mittel-Strasse suchen, und nicht zu viel noch zu wenig nehmen. 3) Dupliret die gefundene Quadrat-Wurtzel 2, kommt 4, welches Duplum nun euer Divisor ist, welchen ihr unter die 7 schreiben müst. 4) Saget: 4 in 17 hab ich viermal, und viermal 4 ist 16, dieses Productum von 17 abgezogen, bleibt 1 übrig. 5) Quadriret diese andere gefundene Zahl der Quadrat-Wurtzel, nemlich 4, kömmt 16, denn viermal 4 ist 16, und da gehet 16 mit 16 auf.

Will man die Probe machen, so multipliciret man die gefundene Quadrat-Wurtzel 24 mit sich

selbst, so zeiget das Product die Quadrat-Zahl.

Item, extrahiret Radicem quadratam aus 5184, oder es ist eine vierecktigte Wiese vorhanden, welche in der Fläche 5184 Quadrat-Ruthen hält. Wird nun nach der Länge ihrer einen Seite gefraget, aus wieviel nemlich Längen-Ruthen dieselbe bestehe? Antwort: 72 Ruthen.

Elaboratio.

```
  2
  ·  ·
 5184 | 72 Ruthen.
 494(2| 72
  1   |------
       144
      504
  ----------
      5184 Probatio.
```

Item, es ist ein vierecktigter Wald vorhanden, welcher in seiner Fläche oder Inhalte 54756 Quadrat-Ruthen hält, wird gefragt nach der Länge einer seiner Seiten? Antw. 234 Ruthen.

Elaboratio.

```
    1 2
  1 2 8 1
  ·   ·   ·
  5 4 7 5 6 | 2 3 4 Radix.
  4 4 3) 6 (4 | 2 3 4
      4       |--------
              9 3 6
            7 0 2
          4 6 8
  -------------------
          5 4 7 5 6 Probatio.
```

Oder

Oder

	1 2		
1	2 8	1	
•	•	•	
5	4 7	5 6	2 3 4 R.
4	4 (9	6 (6	
	4	(1	

Decl. 1) Suchet bey der Zahl, über welcher der Punct stehet, die genaueste Quadrat-Wurtzel, die ist 2, solche quadriret und saget: 2 mal 2 ist 4, dieses Quadratum subtrahiret von 5, bleibt 1 übrig. 2) Suchet den Divisorem, und zwar also: Dupliret die gefundene Quadrat-Wurtzel 2 thut 4, so euer Divisor ist, hierauf dividiret und saget: 4 in 14 hab ich 3 mal, diese 3 schreibet als die andere Zahl euers Radicis neben die erste hin. Schreibet dieselbe auch unter den Divisorem 4, und multipliciret beyde Zahlen, kommt 12, solches Product subtrahiret von 14, bleibt 2 übrig. 3) Quadriret die andere Zahl euers Radicis, nemlich die 3, und saget: 3 mal 3 ist 9, dieses Quadratum subtrahiret von 28, bleibt 18 übrig. 4) Suchet weiter einen neuen Divisorem also: Dupliret die beyden gefundene Zahlen des Radicis, nemlich 23, kommt 46, und saget: 46 in 185 hab ich 4 mal, diese 4 als die vierdte Zahl euers Radicis, setzet nicht allein neben 2 und 3 hin, sondern setzet sie auch unter 46, und multipliciret beyde mit einander, kommt 184, solches Productum subtrahiret von 185, bleibt 1 übrig.

5) Qua-

5) Quadriret die letzte Zahl des gefundenen Radicis, nemlich die 4, kommt 16, dieses Productum subtrahiret von 16, so aber aufgehet. Item, extrahiret Radicem Quadratam aus 11943936, aus was und wie viel Ziffern wird sie bestehen? Antw. 3456.

Elaboratio.

	3 4	5		
2	5 8	1 4		
1 1	9 4	3 9	3 6	3456 Radix.
9	6 (6	8 (5	0 (6	
	(1 6	(2 9	(3	
		6		

Probatio.

```
      3456
      3456
----------
     20736
    17280
   13824
  10368
----------
  11943936 Quadratum.
```

Item, der Magistrat einer berühmten Stadt will den Marckt mit eitel quadrirten oder vierseckichten Steinen pflastern lassen, hat darzu 42810849 quadrirte Steine. Ist die Frage: Wie viel Steine in eine Schicht oder Reihe kommen werden? Antwort; 6543 Steine.

Elabo-

Elaboratio.

```
          3
          4
    6  5  6  9  7
    .     .     .     .
 4  7  8  1  0  8  4  9 | 6543 Radix.
```

Radicem 6
quadriret 6

Quad. subtr. 36
Divisor 12
Radix 5

Prod. subtr. 60
Radicem 5
quadriret 5

Quadr. subtr. 25
Divisor 1 3 0
Radix 4

Prod. subtrah. 5 2 0
Radicem 4
quadriret 4

Quadrat. subtr. 1 6
Divisor 1 3 0 8
Radix 3

Prod. subtr. 3 9 2 4
Radicem 3
quadriret 3

Quadratum subtr. 9

Probatio.

```
     6543
     6543
 --------
    19629
   26172.
  32715..
 39258...
 --------
 42810849.
```

Oder

Oder, wie gewöhnlich.

	3				
1	1 4				
6	5 6	9 2			
4 2	8 1	0 8	4 9	6 5 4 3	Radix.
(6	2 (5	0 4	8 (3		
1	1 3	3 0			
	1				

II. Mit Extrahirung der Cubic-Wurtzel.

Es soll euch allbereit bekannt seyn, daß Radicem cubicam zu extrahiren nichts anders sey, als auszurechnen, wie viel Ruthen, Schue oder auch Ellen die Seite eines gegebenen Cubi oder würfflichten Cörpers in der Höhe, Breite und Länge habe, wenn vorhero der Inhalt entweder nach Ruthen, oder Schuen, oder auch Ellen des gantzen würfflichen Cörpers angesaget wird. In Zahlen aber ist es also zu verstehen: Z. E. die Zahl 6 sey Radix cubica, wenn ich nun solche quadrire, das heist, diese 6 mit ihr selbst multiplicire, kommt 36, welches eine Quadrat-Zahl oder Fläche heisset, und wenn ich diese Quadrat-Zahl 36 wieder mit der Stamm-Wurtzel 6 multiplicire, so kömmt 216, dieses Productum heisset nun eine Cubic-Zahl, oder ein würfflicher Cörper, die 6 aber, als der gegebene Anfang darzu, heisset Radix cubica, oder die Stamm-Wurtzel des cubischen Cörpers. Ein mehrers, was

was Radix cubica sey, kan man aus folgender Tabelle, und daraus fliessenden Exempeln ersehen:

Radix,		Quadrat-Zahl,		Cubic-Zahl.	
1 mal 1	ist 1,	und	1 mal 1	ist 1	
2 mal 2	ist 4,	und	2 mal 4	ist 8	
3 mal 3	ist 9,	und	3 mal 9	ist 27	
4 mal 4	ist 16,	und	4 mal 16	ist 64	
5 mal 5	ist 25,	und	5 mal 25	ist 125	
6 mal 6	ist 36,	und	6 mal 36	ist 216	
7 mal 7	ist 49,	und	7 mal 49	ist 343	
8 mal 8	ist 64,	und	8 mal 64	ist 512	
9 mal 9	ist 81,	und	9 mal 81	ist 729	
10 mal 10	ist 100,	und	10 mal 100	ist 1000	
11 mal 11	ist 121,	und	11 mal 121	ist 1331	
12 mal 12	ist 144,	und	12 mal 144	ist 1728	
13 mal 13	ist 169,	und	13 mal 169	ist 2197	
14 mal 14	ist 196,	und	14 mal 196	ist 2744	
15 mal 15	ist 225,	und	15 mal 225	ist 3375	
16 mal 16	ist 256,	und	16 mal 256	ist 4096	
17 mal 17	ist 289,	und	17 mal 289	ist 4919	
18 mal 18	ist 324,	und	18 mal 324	ist 5832	
19 mal 19	ist 361,	und	19 mal 361	ist 6859	
20 mal 20	ist 400,	und	20 mal 400	ist 8000	
21 mal 21	ist 441,	und	21 mal 441	ist 9261	
22 mal 22	ist 484,	und	22 mal 484	ist 10648	
23 mal 23	ist 529,	und	23 mal 529	ist 12167	
24 mal 24	ist 576,	und	24 mal 576	ist 13824.	

Aus dieser Tabelle siehet man, daß der Cubic-Zahl 13824, ihre Wurtzel oder Radix 24 sey. Dieses ist also zu verstehen: Eine Mauer ist cubisch erbauet, und derselben cubischer Inhalt bestehet aus 13824 Schuen, als wird zu wissen begehret, wie hoch, breit, oder lang dieselbe sey? Antwort 24 Schue. Oder: Ich habe ein gevierdtes Stück einer Mauer, gleicher Länge, Dicke, Höhe und Breite, von recht gevierdten Quadrat-Steinen aufgesetzet, darein sind kommen 13824 Steine. Ist die Frage: Wie viel solche Steine in einer Schicht oder Reihe befunden werden? Das ist so viel gesagt: Was ist Radix cubica aus 13824? Antw. 24. Wenn man aber diese Beantwortung in Ermangelung der Tabelle nicht wüste, so müste diese Höhe oder Breite, so allhier Radix genennet wird, durch folgende Elaboration gesuchet werden.

Elaboratio.

```
        5
    1̇3824̇  | 24 Radix.
      8
a R 4 — 12
b □ 16 — c 6
-------------
      48
       96
Cubus  64
-------------
   5 8 2 4
```

Probatio.

```
       24
       24
     ----
       96
      48
     ----
      576
       24
     ----
     2304
    1152
    -----
    13824
```

Decl.

Decl. 1) Punctiret die gegebene Cubic-Zahl 13824, von der rechten gegen die lincke Hand zu, und zwar dergestalt, daß allemal zwey Ziffern frey bleiben, als hier in diesem Exempel sind die freygebliebene oder übergangene zwey Ziffern, 82. Und weil ihr nur zwey Puncte anbringen könnet, als könnet ihr daraus abnehmen, daß Radix cubica, oder die Stamm-Wurtzel des cubischen Cörpers, aus zwey Zahlen bestehen wird. 2) Fanget bey dem ersten Puncte zur lincken Hand an, und suchet der Zahl 13 ihre Cubic-Wurtzel, die ist allhier 2, solche schreibet hinter den Strich. 3) Cubiret diese 2, solches geschiehet, wenn ihr saget: zweymal 2 ist 4, und zweymal 4 ist 8, subtrahiret dieses Productum, nemlich 8 von 13, bleibt 5 übrig. Not. Wenn ihr hättet 3 zur Radical-Zahl genommen, und solche cubiret, so wäre das Productum 27 gewesen, welches ihr von 13 nicht hättet abziehen können; Oder hättet ihr nur 1 zur Radical-Zahl genommen, und solche cubiret, so wäre das Product 1 gewesen, welches, wenn man es von 13 abgezogen hätte, zu viel wäre übrig geblieben. 4) Tripliciret die gefundene Zahl der Cubic-Wurtzel, nemlich 2, kommt 6, solche 6 schreibet unter die nächste Ziffer vor dem folgenden Punct, nemlich unter 2 etwas herunter, vermittelst einer Perpendiculair-Linie. 5) Multipliciret solches Triplum mit dem Quotienten oder Radical-Zahl 2, kommt 12, und schreibet die 2 unter 8, und 1 auch unter die 8 zur lincken Hand, welche Zahl 12 nun-

mehro euer Divisor heisset. 6) Saget derohalben: 12 in 58 kan ich nur haben 4 mal, diese 4, als die andere Radical-Zahl, setzet sowol hinter den Strich neben der 2 hin, als auch zur lincken Hand gegen dem Divisore gleich über bey A. 7) Quadriret solche neue Radical-Zahl, thut 16, solches Quadratum 16, schreibet dem Triplo gleich über, wie b und c ausweiset. 8) Multipliciret die neue Radical-Zahl 4 mit dem Divisore 12, thut 48, solches Productum schreibet accurat nebst vorher gemachter Linie unter den Divisorem, nemlich, daß die 8 unter die 2, und die 4 unter die 1 zu stehen kommt. 9) Multipliciret auch das Quadratum 16 mit dem Triplo 6, thut 96, solches Productum schreibet accurat unter das Triplum. 10) Cubiret die letzte Zahl der Cubic-Wurtzel, nemlich die 4, thut 64, solchen Cubum schreibet just unter den letzten Punct. 11) Addiret die Producta, die thun eben so viel, als oben übrig stehet, dahero werden die Zahlen mit einander aufgehoben.

Item, extrahiret Radicem cubicam aus 373248, aus wieviel Zahlen wird die Cubic-Wurtzel bestehen? Antwort: 72.

Elabo-

Elaboratio.

```
       30
        .     .
     373248 | 72 Rad.
     343|  |
R 2 — 147  |
□ 4 —— 21  |
-----------
     294
       84
 Cubus   8
-----------
     30248
```

Probatio.

```
      72
      72
    ----
     144
    504
    ----
    5184
      72
   -----
   10368
   36288
  ------
  373248
```

Item, wenn man aus 202262003 Cubic-Zahl, die Cubic-Wurtzel extrahiret, aus wieviel Zahlen wird sie bestehen? Antw. 587.

Elaboratio.

```
        77150
         .    .    .
        202262003 | 587 R.
        125
A. R. 8 — 75
B. □ ——— 15
        600
        960
Cubus — 512
        70112
C. R. 7 — 10092
D. □ 49 ——— 174
        70644
         8526
Cubus  — 343
        7150003
```

```
        5
        5
1)     25
        5
      125 Sub.

        5
        3
2)     15 Trip.
        5 Rad.
       75 Div.

       75 Div.
        8 R.
3)    600
```

```
4)  64 □            5)  8 Rad.
    15 Trip.            8
   320                 64
    64                  8
   960                512 Cub. u. s. w.
                            Decl.
```

Decl. 1) Punctiret die gegebene Cubic-Zahl 202262003, von der rechten gegen die lincke Hand zu, und zwar so, daß allemal zwey Zahlen zwischen zwey Puncten frey zu stehen kommen. 2) Suchet der Zahl 202 ihre genaueste Cubic-Wurtzel, die ist allhier 5, die schreibet hinter den Strich. 3) Cubiret solche 5, thut 125, diese 125 subtrahiret von 202, bleibet 77 übrig. 4) Suchet einen neuen Divisorem, das ist, tripliret die gefundene Zahl der Cubic-Wurtzel, nemlich 5, kommt 15, diese 15 schreibet unter die nächste Ziffer vor dem folgenden Puncte, nemlich die 5 unter die 6, und die 1 unter die 2. 5) Multipliciret solches Triplum durch den Quotienten 5, kommt 75, diese 75 schreibet um eine Ziffer weiter gegen die lincke Hand zu, nemlich die 5 unter die 2, und die 7 unter die 5, diese Zahl 75 ist nun ein neuer Divisor. 6) Derohalben saget: 75 in 7726 kan ich nur haben 8 mal, diese 8, als einen neuen Quotienten, setzet sowol hinter den Strich neben die 5 hin, als auch zur lincken Hand dem Divisori gleich über bey A. 7) Quadriret den neuen Quotienten oder Radicem, thut 64, solches Quadratum 64 schreibet dem Triplo gleich über bey B. 8) Multiplicire die Cubic-Wurtzel 8 mit dem Divisore 75, kömmt 600, solches Productum schreibet just unter den Divisorem, 9) Multipliciret auch das Quadratum 64 mit dem Triplo 15, thut 960, solches Productum schreibet accurat unter das Triplum. 10) Cubiret den neuen Quotienten, nemlich die 8, thut 512. 11) Addiret die

drey Producta, thut 70112. 12) Subtrahiret solche Summe von 77262, bleibt Rest 7150.

Und weil noch ein Punct vorhanden, als ist daraus zu schliessen, daß noch eine Radical-Zahl zu suchen sey; solche nun auch zu finden, so suchet vors 13) wiederum einen neuen Divisorem, nemlich tripliret die zwey gefundene Radical-Zahlen 58, kommt 174, diese schreibet unter die nächste Ziffer vor dem letzten Puncte, nemlich die 4, unter die 0, die 7 auch unter die 0, und die 1 auch unter die 0. 14) Multipliciret solches Triplum 174 mit der radicalischen Zahl 58, kömmt 10092, und dieses ist euer neuer Divisor, welchen ihr um eine Ziffer auswärts vor dem Triplo lociren müsset, nemlich, daß die 2 über die 7, und die 9 über die 1 zu stehen kommt. 15) Saget: 10092 in 715003 kan ich nur haben 7 mal, diese neugefundene Radical-Zahl oder Quotienten setzet hinter den Strich neben die 8 hin, als auch gegen den neuen Divisorem gleich über bey C. 16) Quadriret die neugefundene Radical-Zahl oder Quotienten, nemlich die 7, thut 49, solches Quadratum schreibet dem Triplo gleich über bey D. 17) Multipliciret Radicem, oder die Radical-Zahl 7 mit 10092, thut 70644, dieses Product schreibet just unter den Divisorem 10092. 18) Multipliciret auch das Quadratum 49 mit dem Triplo 174, kömmt 8526, solches Product schreibet accurat unter das Triplum 174. 19) Cubiret die neugefundene Radical-Zahl oder den Quotienten, nemlich die 7, thut 343. 20) Addiret die drey

Pro-

Producta, thut 7150003, und subtrahiret solche Summe von den oben restirenden Zahlen, so wird es just aufgehen, und also ist die Radix cubica aus der 202262003 Cubic-Zahl 587. Die Probe hierauf stehet also:

587 Rad.	344569 Quad.
587	587
4109	2411983
4696.	2756552
2935..	1722845
344569 Quadrat.	202262003. Cubic-Zahl.

Die übrigen Radices, als Radicem Zensizensicam, surdesolidam, Zensicubicam, bisursolidam, u. s. w. wird es nicht vonnöthen seyn, solche zu repetiren, wollt ihr es aber Exercitii gratia zu Hause thun, und euch dessentwegen meinen Arith- und Geometrischen Wurtzel-Mann wieder anschaffen, das könnet ihr thun, zum wenigsten wird es euch mehr nützlich, als schädlich seyn. Nunmehro wollen wir uns bemühen zu lernen, wie man auf algebraische Art Radicem quadratam und cubicam sowol bey der Algebra numerosa, als auch speciosa extrahiren soll.

I. Extractio quadrata

1) Nach der Algebra numerosa, vermittelst derer alten Charactern oder Zeichen.

Z. E. extrahiret aus 36zz † 60ℭ ÷ 23z ÷ 40ℛ † 16. Wie wird die Wurtzel oder Radix heissen? Antw. 6z † 5ℛ ÷ 4.

Elaboratio.

	÷ 48		
36zz	† 60ℭ ÷ 23z	÷ 40ℛ † 16	6z † 5ℛ ÷ 4.
36	† 12z (5	(4	
	60 † 25	† 10ℭ 16	
	† 12z	÷ 40	
	48		

Decl. Gleichwie ihr bey der vorhergehenden Extractione Radicis in gemeinen Zahlen seyd gelehret worden, wie daß man nemlich die vorgegebene Zahl, daraus Radix zu extrahiren sey, entweder vorhero von der rechten gegen die lincke Hand zu, punctiren soll, dergestalt, daß immer zwischen zweyen Puncten eine Ziffer frey und ungepunctiret bleibe, oder daß man allezeit zwischen zwey und zwey Ziffern oder Zahlen eine Perpendiculair-Linie herunter ziehe: Also muß man es auch hier bey der Cossischen Extraction thun, und allewege zwey und zwey Grössen von der rechten gegen die lincke Hand zu, vermittelst einer Linie unterscheiden oder separiren. Wenn das geschehen, so suchet, gleichwie bey der gemeinen Extraction,

ction, 1) in 36zz den genauesten Radicem, der ist hier 6z, multipliciret solchen mit sich selbst, kommt 36zz, und 36 mit 36 gehet auf. 2) Suchet wie bey der gemeinen Extraction den Divisorem, nemlich, multipliciret die gefundene Radical-Zahl 6z mit 2, kommt 12 z als ein neuer Divisor, solchen schreibet nebst seinem Plus-Zeichen unter †60 c℞, und saget: 12 in 60 hab ich 5 mal, diese 5, als die neue Radical-Zahl, schreibet nebst ihrem Plus-Zeichen als neuen Radicem hin, und sprecht sodann, 5 mal 12 ist 60, und da gehet 60 mit 60 auf. 3) Quadriret die gefundene Radical-Zahl 5, thut ÷ 25, solche von — 23z subtrahiret, welches aber nicht geschehen kan, als verwandelt die Subtraction in die Addition, wie ihr allbereit gelehret worden, daß man bey allen vorfallenden ungleichen Signaturen addiren, und das obere Zeichen behalten müsse, und saget: 23 und 25 thut ÷ 48. 4) Suchet abermals einen neuen Divisorem, welches geschiehet, wenn ihr die beyden Radical-Zahlen, nemlich 6 und 5 mit 2 multipliciret. Saget demnach, zweymal 5 ist 10, schreibet diese Zahl nebst ihrem Plus unter ÷ 40, multipliciret auch die 6, und saget, zweymal 6 ist 12, diese Zahl 12 schreibet nebst ihrem Signo, als den neuen Divisorem, unter die oben restirende Zahl ÷ 48, und saget: 12 in 48 hab ich 4mal, und 4mal 12 ist 48, und da gehet 48 mit 48 auf. 5) Multipliciret auch mit der Radical-Zahl — 4, die Zahl †10, kommt ÷ 40, und 40 mit 40 gehet auf. 6) Quadriret 4, thut 16, und 16 mit 16 gehet auf. Die Antwort ist also:

6z † 5 𝔵 ÷ 4. Wenn man nun diesen Radicem hinwiederum mit ihm selbst multipliciret, so kommt das gegebene Quadratum wieder heraus, wie folgende Elaboration zeiget.

Probatio.

6 z † 5 𝔵 ÷ 4
6 z † 5 𝔵 ÷ 4

36zz † 30 C ÷ 24z
30 C † 25z ÷ 20 𝔵
÷ 24z ÷ 20 𝔵 † 16

36zz † 60 C ÷ 23 z ÷ 40 𝔵 † 16.

Decl. 1) Multipliciret oder quadriret die 6z, kommen 36zz. 2) Multipliciret auch mit 6z die † 5 𝔵, kommen † 30 Cub. 3) Multipliciret mit 6z die 4 Drachmas, so als schlechte Zahlen anzusehen sind, kömmt ÷ 24. Hierauf ergreiffet † 5 𝔵, und multipliciret auch damit die obern Grössen, und saget: 1) 5mal 6z thut 30, solche 30 Cub. rücket ein gegen die rechte Hand, und schreibet sie unter die 30 Cub. 2) Saget: 5mal 5 ist 25, solche Zahl schreibet nebst ihrem Signo † unter 24. 3) Multipliciret mit 𝔵 die Zahl ÷ 4, thut 20, solche schreibet herauswerts. Endlich ergreiffet auch die 4 Drachmas, die man Absolut-Zahlen nennet, und multipliciret damit gleichfalls die obern Grössen, und saget: 1) 4mal 6z thut 24, solche schreibet nebst dem Signo Minus unter 25. 2) Saget: 5mal 4 ist 20, solche Zahl schrei=

schreibet nebst dem Signo Minus unter 20. 3) Saget: 4mal 4 ist 16, diese Zahl schreibet noch besser heraus nebst dem Signo Plus. Daß ihr aber das Signum Plus vorsetzen müsset, werdet ihr allbereit aus der in der Multiplication gegebenen Unterweisung euch zu erinnern wissen, daß, wenn Minus mit Minus, oder Plus mit Plus multipliciret wird, man allemal zu dem Product das Zeichen Plus setzen müsse. Bey der Addition derer Zensuum oder Quadratorum werdet ihr ohnfehlbar auch in etwas hæsitiren, wie das zugehet, daß ÷ 24 z, † 25 z und — 24 z nur ÷ 23 z betragen; Alleine gehet nur noch einmal zurück in die Addition, und leset daselbst den vierdten Unterscheid, allda werdet ihr die Ursache finden, warum man allhier ÷ 24 z und ÷ 24 z addiret, welches — 48 z beträgt, und hiervon † 25 z subtrahiret, und zum Reste — 23 z gebracht.

Item, extrahiret oder evolviret Radicem quadratam aus 1 zz ÷ 6 c † 19 z ÷ 30 ꝛ † 25, wie wird sie heissen? Antwort: † 1 z ÷ 3 ꝛ † 5.

Elaboratio.

	0		
1 zz	÷ 6 c † 19 z	÷ 30 ꝛ † 25	† 1 z ÷ 3 ꝛ † 5
1 zz	† 2 z (3	— 6 (5	
	6 9	30 ꝛ 25	
	† 2 z		
	10		

Probatio.

† 1𝔷 ÷ 3 ℞ † 5
† 1𝔷 ÷ 3 ℞ † 5

1𝔷𝔷 ÷ 3 𝒸 † 5𝔷
÷ 3 𝒸 † 9𝔷 ÷ 15 ℞
† 5𝔷 ÷ 15 ℞ † 25

1𝔷𝔷 ÷ 6 𝒸 † 19𝔷 ÷ 30 ℞ † 25.

2) Nach der Algebra speciosa, vermittelst derer neuern Charactern oder Zeichen.

Z. E. evolviret oder extrahiret Radicem quadratam aus $36d^4 † 60d^3 - 23d^2 - 40d † 16$. Was wird Radix seyn? Antw. $6d^2 † 5d - 4$.

Elaboratio.

	~~48~~d^2 (−)		
~~36~~d^4	† ~~60~~d^3 − 23d^2	− ~~40~~d † ~~16~~	$6d^2 † 5d - 4$
6			
~~36~~d^4	† 12d^2 (5	† 10 (4	
	~~60~~d^3 − ~~25~~	− ~~40~~d	
	† 12d^2	~~16~~	
	~~48~~d^2		

Proba-

Probatio.

$$\begin{array}{l} 6d^2 + 5d - 4 \\ 6d^2 + 5d - 4 \\ \hline 36d^4 + 30d^3 - 24d^2 \\ \quad\quad 30d^3 + 25d^2 - 20d \\ \quad\quad\quad - 24d^2 - 20d + 16 \\ \hline 36d^4 + 60d^3 - 23d^2 - 40d + 16. \end{array}$$

Decl. Dieses Problema nebst seiner Probe, ist eben dasjenige, welches zu Anfange vermittelst derer alten Charactern ist elaboriret worden, und da siehet man, daß die Elaboration sowol quoad Extractionem, als auch Probationem einerley, ausser daß man anstatt 36 zz, nach der ietzigen Manier $36d^4$, anstatt +60 cꝶ, $+60d^3$, anstatt −23 z, $-23d^2$, und anstatt −40 ꝶ, −40 d geschrieben hat.

Item, extrahiret nach der Algebra speciosa Radicem quadratam aus aa + 2 ab + bb. Aus was für welchen Buchstaben wird Radix bestehen? Antw. Aus a + b.

Elaboratio.

aa	+ 2ab + bb	a + b
aa	2a (b	
	2ab bb	

Decl. 1) Suchet in aa den genauesten Radical-Buchstaben, der ist hier a, diesen Radical-Buchstaben schreibet hinter die Linie, 2) Quadriret

driret denselben, nemlich multipliciret a mit sich selbst, kommt zum Product aa. 3) Subtrahiret aa von aa, bleibt nichts übrig, und gehet auf. 4) Multipliciret den gefundenen Radical-Buchstaben mit 2, kommt 2a, als der neue Divisor, und weil derselbe dem Dividendo 2a, gleich, und solchergestalt mit einander compensiren können, so ist b als Rest der andere Radical-Buchstabe, welcher nebst dem Zeichen Plus hinter die Linie bey a zu notiren ist. 5) Wird b mit 2a multipliciret, kommt 2ab, und da gehet 2ab mit 2ab auf. 6) Quadriret b, kommt zum Quadrat bb, und da gehet bb mit bb auf.

Probatio.

a † b
a † b
―――――――
ab † bb
aa † ab
―――――――
aa † 2ab † bb.

II. Extractio cubica

1) Nach der Algebra numerosa, vermittelst derer alten Charactern oder Zeichen.

Z. E. extrahiret Radicem cubicam aus 512 ℭ † 1344 ʒ † 1176 ℞ † 343. Was wird Radix cubica seyn? Antw. 8 ℞ † 7.

Elabo-

Elaboratio.

512 ℭ	† 1344 ʒ	† 1176 ℞	† 343	8 ℞ † 7
8	8	8	7	
8	3	3	7	
64	24	24	49	
8	8	49 □	7	
512	Div. 192	216	343	
Der neue	Quot. 7	96		
	1344	1176		

Decl. In Suchung der cubischen Wurtzel werden allemal von der rechten nach der lincken Hand zu, drey Ziffern oder vielmehr Quantitäten abgeschnidten, als hier ist 1) die Grösse derer Zensuum, 2) die Grösse derer Radicum, 3) die Grösse derer Absolut-Zahlen, bis auf die cubische Quantität abgeschnidten. Hierauf suchet 1) die genaueste Radical-Zahl in 512, die ist 8, solche, wenn sie cubiret wird, bringet zum Product 512, und da gehet 512 mit 512 auf. 2) Multipliciret die gefundene Radical-Zahl 8 mit 3, kommt 24, dieses Product mit der Radical-Zahl 8 vermehret, thut 192, als euer neuer Divisor. 3) Saget: 192 in 1344 hab ich 7mal, dieses ist nun die andere Radical-Zahl, welche hinter den Strich bey 8 ℞ nebst dem Plus-Zeichen gesetzet wird. 4) Multipliciret mit dem neuen Quotienten, oder vielmehr mit der neuen Radical-Zahl 7, den Divisorem 192, thut 1344 ʒ, und da gehet 1344 mit 1344 auf. 5) Multipliciret abermal die Radical-

Zahl

Zahl 8 mit 3, als dem Triplo, kommt 24, diese Zahl vermehret mit der andern Radical-Zahl ihrem Quadrato, nemlich 49, denn 7mal 7 ist 49, kommt zum Product 1176, und da gehet 1176 mit 1176 auf. 6) Cubiret die Radical-Zahl 7, thut 343, und da gehet 343 mit 343 auf, und solchergestalt ist Radix cubica gefunden, nemlich 8 ꝶ † 7.

Probatio.

8 ꝶ † 7
8 ꝶ † 7

---

64 ʒ † 56 ꝶ
† 56 ꝶ † 49

---

64 ʒ † 112 ꝶ † 49
8 ꝶ † 7

---

512 ℭ † 896 ʒ † 392 ꝶ
448 ʒ † 784 ꝶ † 343

---

512 ℭ † 1344 ʒ † 1176 ꝶ † 343.

2) Nach

2) Nach der Algebra speciosa, vermittelst derer neuern Charactern oder Zeichen.

Elaboratio.

~~512~~ a^3	† ~~1344~~ a^2	† ~~1176~~ a	† ~~343~~	8 a † 7
8	8	8	7	
8	3	3	7	
64	24	24	49	
8	8	49 □	7	
~~512~~ a^3	192 Div.	216	~~343~~	
	7	96		
	~~1344~~ a^2	~~1176~~ a		

Decl. Aus der Elaboration siehet man, daß an statt des Cubi a^3, an statt Zensus oder Quadrati a^2, und an statt des Radicis, a geschrieben worden, im übrigen ist der Process durchgehends einerley.

Item, extrahiret Radicem cubicam aus folgenden Quantis oder Grössen: a^3 † 3aab † 3abb † b^3. Wie wird dieselbe aussehen? Antwort: a † b.

Elaboratio.

a^3 | † $3aab$ † $3abb$ † b^3 | a † b. Radix Cubica
a^3 |

R. b —— $3aa$
□ bb —— $3a$

$3aab$
† $3abb$

$3aab$ † $3abb$
† b^3

$3aab$ † $3abb$ † b^3

Decl. 1) Suchet in der cubischen Quantität, welche mir der Buchstabe a^3 anzeiget, die genaueste Wurtzel, und diese ist a, tripliret solche, so kommt zum Product aaa, oder a^3, und da gehet a^3 mit a^3 auf. 2) Suchet den neuen Divisorem, welches geschiehet, wenn ihr den gefundenen Radical-Buchstaben a mit 3 multipliciret, kommt zum Product $3a$, dieses schreibet unter die Quantität $3abb$, nebst gemachter Perpendiculair-Linie. 3) Multipliciret dieses Triplum mit dem Radical-Buchstaben a, kommt zum Product $3aa$, schreibet solches unter das Quadratum oder Zensum $3aab$, und dieses ist nun der neue Divisor, dahero saget: $3aa$ in $3aab$ hab ich b, diesen Buchstaben schreibet nebst dem Plus-Zeichen zu dem ersten Radical-Buchstaben a, ingleichen schreibet es auch zur lincken Hand,

als

als die andere Radical-Zahl gegen 3aa, nebst gemachter Linie. 4) Quadriret dieses b, kommt bb, schreibet dieses Quadratum unter seinen Radicem b, gegen 3a, nebst gemachter Linie. 5) Multipliciret die Radical-Zahl b mit 3aa, kommt 3aab, solche schreibet nebst gemachter Linie accurat unter die obere Quantität † 3aab. 6) Multipliciret auch das Quadratum mit 3a, kommt † 3abb, solches Product schreibet unter die obere Quantität † 3abb. 7) Addiret aab und 3abb, kommt zum Product 3aab † 3abb. 8) Cubiret den Radical-Buchstaben b, das ist, multipliciret denselben zweymal in sich, kommt bbb, dafür setzet man b^3, welche Quantität ein Cubus heisset. Und solchergestalt gehet 3aab † 3abb † b^3 mit der obern Quantität auf.

Probatio.

a † b
a † b

aa † ab
ab † bb

aa † 2ab † bb Quadratum
a † b

aaa † 2aab † abb
aab † 2abb † bbb

aaa † 3aab † 3abb † bbb
oder

a^3 † 3aab † 3abb † b^3.

Oder alſo:

a † b
a † b

---

ab † bb
aa † ab

---

aa † 2ab † bb Quadratum
a † b

---

aab † 2abb † bbb
aaa † 2aab † abb

---

aaa † 3aab † 3abb † bbb. die Cubic-Quant.

Not. 1. Anſtatt aaa ſchreibet man a^3, und anſtatt bbb ſetzet man b^3, welches viel bequemer.

Not 2. Dieſe Weitläufftigkeit und Deutlichkeit iſt nur denen Anfängern der Algebræ zu gefallen hergeſetzet. Ein ſchon geübter Algebraiſta brauchet dieſer Weitläufftigkeit gar nicht, ſondern er kan alſobald aus der obigen cubiſchen Quantität a^3 † 3aab † 3abb † b^3 erſehen, wenn er nur die Buchſtaben und die Signa betrachtet, daß Radix cubica müſſe in dieſer Aufgabe a † b heiſſen. Ratio: Weil in dieſer cubiſchen Aufgabe nur zwey Buchſtaben, nemlich a und b, und einerley Signa zu finden ſind.

Magi-

Magister.

Nachdem ihr sowol nach der Algebra numerosa, als auch speciosa, Radicem quadratam und cubicam zu evolviren oder zu extrahiren allbereit hoffentlich erlernet, und begriffen: Als erforderts die Ordnung und Nothwendigkeit, daß ihr auch die Æquation, Reduction und Resolution verstehen und begreiffen lernet; Sintemal ohne diese Wissenschafft kein Algebraisches Problema aufgelöset werden kan, welche wir in folgender fünfften Unterredung mit einander untersuchen, und dieselbe erlernen wollen.

Die fünffte Unterredung
handelt
Von der Æquation, Reduction und Resolution.

Was die Æquation oder Vergleichung anbelanget, so ist dieselbe gleichsam die Algebraische Waage, vermittelst welcher man die Grössen oder Quanta gegen einander halten, abwägen und vergleichen kan; Sintemal an beyden Seiten ein gleichgültiges Quantum zu legen oder abzunehmen erlaubet ist, oder man mag an beyden Seiten mit gleichen Zahlen oder Quantis multipliciren oder dividiren, oder beyderseits extrahiren, so wird doch dadurch die Waage nicht verrücket, sondern bleibet im-

merdar gleich. Und dahero ist die Æquation, nebst der Reduction und Resolution gleichsam die Seele, oder der Haupt-Schlüssel der Algeber, ohne welchen kein Algebraisches Problema kan aufgelöset, oder aufgeschlossen werden. Denn was würde es einem viel nützen oder helffen, wenn er mit einer Solution so weit gekommen, daß er sie bis auf die Æquation gebracht, und wüste sodann nicht die Geltung des Radicis daraus zu finden.

Scholar.

Ob ich zwar gäntzlich gemeynet, wie daß wir nach erhaltenem Unterrichte derer Algebraischen Specierum samt Extractione Radicis quadratæ und cubicæ zu der Solution oder Auflösung derer mancherley Algebraischen Problematum schreiten und uns wenden werden. Nachdem ich aber vernehme, wie daß die Æquation gleichsam die Seele der Algebraischen Wissenschafft ist, vermittelst welcher dieselbe, so zu reden, das Leben empfähet, oder zum wenigsten als ein Haupt-Schlüssel anzusehen ist, welcher, vermittelst dieser Kunst, die verschlossenen Problemata aufschliesset: Als werde freylich genöthiget, mir von der Æquation einen zulänglichen Unterricht zu geben, und die wenigen Groschen, die ich mir durch mein Clavier-Spielen verdienet, daran zu wenden: Denn was soll mir ein todter Cörper ohne Seele, und ein künstlich verschlossenes Zimmer ohne Haupt-Schlüssel. Nur weiß ich nicht, wohin ich

ich die Algebraischen Zauber-Characteres und Ziffern nebst denen vielen kleinen und grossen Lateinischen Buchstaben, ferner hin logiren werde, sintemal alle meine Taschen nebst denen musicalischen Noten voll sind. Jedoch es wird noch Rath seyn, ich besinne mich, wie daß ich zu Hause noch einen Kober liegen habe, den ich von meinem Groß-Vater geerbet, darein ich noch vieles packen, und zur Noth aufheben kan, der Herr Mag. beliebe nur in der Information fortzufahren, ich will die wenigen Groschen, die ich mir mit dem Fiedel-Bogen verdienet, auch noch daran wenden.

Magister.

Ich muß euch schon die Freyheit und das Vergnügen zu schertzen vergönnen, damit ich euch bey guten und frölichen Gedancken erhalte, bis wir die schweren Lectiones der Algebræ zu Ende gebracht, und absolviret haben. Wenn ihr demnach die Algebraische Æquation zu erlernen und zu fassen begehret, so sollet ihr voraus wissen, wie daß allemal aus denen Æquationibus die Quanta oder Grössen, welche den Namen nach gleich sind, und sich doppelt oder zweymal befinden, dergestalt per abbreviationem müssen weggethan werden, damit sie in der Vergleichung nur einmal bleiben, und diese Operation nennen die Algebraisten Reductionem æquationum, welche auf folgenden 6 Regeln, so die Algebraisten Axiomata heissen, beruhet.

Das I. Axioma.

Wenn zwey Zahlen oder Quantitäten einander gleich sind, und man zu beyden gleiches addiret, werden die Collecta oder Aggregata einander auch gleich. Z. E. 6 ℞ ÷ 5 sind gleich 61. Addiret demnach nach diesem ersten Axiomate zu beyden Seiten 5, thut 6 ℞ = 66, solches Collect abbreviret, kommt 1 ℞ = 11, so befindet sich iede Quantität oder Grösse nur einmal. Stehet also:

6 ℞ ÷ 5	=	61	
5	=	5	
6 ℞	=	66	
6) 1 ℞	=	11.	

Aus welcher Æquation zu ersehen, daß der Radix 11 sey. Denn 11 mal 6 ist 66, und 5 davon abgezogen, kommt die gegebene Æquation heraus, nemlich 6 ℞ ÷ 5 = 61.

Das II. Axioma.

Wann zwey Zahlen oder Quanta einander gleich sind, und man von beyden gleiches subtrahiret, bleiben die Residua auch einander gleich. Z. E. 7 ℞ † 6 sind gleich 76. Subtrahiret demnach von beyden Seiten 6, so ist der Rest 7 ℞ = 70, oder nach der Abbreviatur 1 ℞ = 10, und bleibet iede Quantität nur einmal. Stehet also:

$$
\begin{array}{rcl}
7\ ℞\ †\ 6 & = & 76 \\
†\ 6 & = & 6 \\
\hline
7\ ℞ & = & 70 \\
\hline
7)\quad 1\ ℞ & = & 10
\end{array}
$$

Aus welcher Æquation zu ersehen, daß Radix 10 sey, denn 10mal 7 ist 70, und plus 6 addiret, kömmt die gegebene Æquation heraus, nemlich 7 ℞ † 6 = 76.

Das III. Axioma.

Wenn zwey Zahlen oder Quantitäten einander gleich sind, und man iedes Gleiche vielmal nimmet, das ist, wenn man iedes mit gleichen vermehret, so werden die Producta auch einander gleich. Z. E. 8 ℞ ÷ 7 getheilet in 5, sind gleich 13. Vermehret demnach beyde Seiten mit 5, kommt 8 ℞ ÷ 7 = 65. Hierauf addiret 7 zu — 7, und 7 zu 65, kommt 8 ℞ = 72, so erscheinet nach der Abbreviatur 1 ℞ = 9. Stehet also:

$$
\begin{array}{rcl}
8\ ℞\ \div\ 7 & = & 13 \\
5 & & 5 \\
\hline
8\ ℞\ \div\ 7 & = & 65 \\
7 & & 7 \\
\hline
8\ ℞ & = & 72 \\
\hline
8)\quad 1\ ℞ & = & 9.
\end{array}
$$

 Aus

Aus welcher Æquation zu ersehen, daß Radix 9 sey, denn 8mal 9 ist 72, hiervon 7 detrahiret, bleibet 65 als die Æquation, und solche mit 5 dividiret, kommt 13.

Das IV. Axioma.

Wenn zwey Zahlen oder Grössen einander gleich sind, und man iedes in gleich viel Stücke zerleget, das ist, wenn man iedes mit gleichen abtheilet, so werden die Quotienten auch einander gleich. Z. E. 9 ℞ † 18 sind gleich 90. Dividiret demnach nach diesem Axiomate iede Seite mit 9, kommt 1 ℞ † 2 = 10. Hiervon subtrahiret nach dem andern Axiomate von ieder Seite 2, so zeiget der Rest 1 ℞ = 8. Stehet also:

9 ℞ † 18 = 90

9) 1 ℞ † 2 = 10
† 2 = 2

1 ℞ = 8.

Aus dieser Æquation siehet man, daß 8 Radix sey: Denn 8mal 9 ist 72, hierzu plus 18 addiret, kommt die gegebene Æquation heraus.

Oder:

Subtrahiret nach dem andern Axiomate von ieder Seite 18, bleibt Rest 9 ℞ = 72. Hierauf dividiret den Rest nach dem 4ten Axiomate durch 9, der Quotiens zeiget 1 ℞ = 8. Stehet also:

$$9\,\mathcal{R}e + 18 = 90$$
$$+ 18 = 18$$

$$9\,\mathcal{R}e = 72$$

$$9)\quad 1\,\mathcal{R}e = 8.$$

Das V. Axioma.

Wenn zwey Zahlen oder Quantitäten einander gleich sind, und man iedwede entweder quadriret oder cubiret, so sind die Quadrata oder Cubi auch einander gleich. Z. E. 10 Zensus + 316 sind gleich 26. Quadriret demnach nach diesem Axiomate zu beyden Seiten, nemlich die Zahl 26, kommen 10 Zensus + 316 gleich 676. Subtrahiret nach dem andern Axiomate von ieder Seiten 316. Rest 10 Zens. = 360.

Das VI. Axioma.

Wenn zwey Dinge oder Quantitäten einander gleich sind, und man aus iedem Radicem quadratam vel cubicam extrahiret, so sind die Wurtzeln auch einander gleich. Z. E. 16z + 40 Re + 25 sind gleich 1369. Extrahiret aus iedem Radicem quadratam, kommen 4 Re + 5 = 37. Subtrahiret von ieder Seite 5, bleibt Rest 4 Re = 32.

Bey der Reduction

ist noch in specie über obangeführte 6 Axiomata folgendes zu beobachten:

1) Bey

1) Bey vorkommenden gleichen Zeichen wird subtrahiret.

Z. E. reduciret:

$$2x \dagger 30 = 5x \dagger 12$$
$$2x \dagger 30$$
$$\overline{\qquad 3x = 18 \qquad}$$

Item, reduciret:

$$1x = 3x \div 14$$
$$1x$$
$$\overline{\qquad 2x = 14 \qquad}$$

Item, reduciret:

$$4a \dagger 60 = 10a \dagger 24$$
$$4a \dagger 60$$
$$\overline{\qquad 6a = 36 \qquad}$$

2) Bey vorkommenden ungleichen Zeichen wird addiret.

Z. E reduciret:

$$3x \dagger 4 = 7x \div 12$$
$$3x \dagger 4$$
$$\overline{\qquad 4x = 16 \qquad}$$

Item, reduciret:

$$1x \dagger 12 = 3x \div 4$$
$$1x \dagger 12$$
$$\overline{\qquad 2x = 16 \qquad}$$

Item,

Item, reduciret:

6 2e − 8 = 14 2e † 24
6 2e ÷ 8

8 2e = −32

3) Wenn von einer Grösse etwas weggenommen und der andern zugeschrieben wird, so verändern sich die Zeichen.

Z. E. reduciret:

2 ʒ † 8 2e = 42

2 ʒ = 42 ÷ 8 2e

Decl. Weil man allhier von der ersten Grösse zur Lincken † 8 2e weggenommen, als hat man es der andern Grösse zur Rechten nebst dem Minus-Zeichen zugeschrieben.

Item, reduciret:

4 z − 96 = 20 2e

4 z = 20 2e † 96

Item, reduciret:

4 aa † 20 = 84
÷ 20

4 aa = 64

4) Wenn die Quantitäten oder Grössen nicht in gehöriger Ordnung stehen, so werden solche erstlich in rechte Ordnung gebracht.

Z. E.

Z. E. reduciret: $120 \dagger 3aa - 6a = 144$. Weil diese Grössen nicht in gehöriger Ordnung stehen, als müssen sie vorhero folgender massen in die Ordnung gebracht werden:

$$3aa - 6a \dagger 120 = 144$$
$$\div\ 120$$
$$\overline{\qquad 24 \dagger 6a}$$

Item, reduciret: $30 \dagger \frac{3}{4} z - 1\frac{1}{2}\,2e = 36$. Stehet also:

$$\frac{3}{4} z - 1\frac{1}{2}\,2e \dagger 30 = 36$$
$$30$$
$$\overline{\frac{3}{4} z = 6 \dagger 1\frac{1}{2}\,2e}$$

Item, reduciret: $-36 \dagger 2z = 18$. Stehet also:

$$2ȝ - 36 = 18$$
$$\overline{2ȝ = 18 \dagger 36}$$

Anbey betrachtet auch folgende Problemata Reductionis.

Es sind $5ȝ \dagger 3\,2e \dagger 2$ gleich $5ȝ \div 2\,2e \dagger 17$. Wird gefragt, wie sich die Vergleichung nach geschehener Reduction præsentiren müsse? Antw. $5\,2e = 15$.

Elabora-

Elaboratio.

Die eine Seite.	= = =	Die andere Seite.
5 ʒ † 3 ℞ † 2	=	5 ʒ ÷ 2 ℞ — 12
5 ʒ ÷ 2 ℞ † 17		

Rest 5 ℞ ÷ 15 = 0
15 = 15

5 ℞ = 15.

Decl. 1) Subtrahiret eine Seite oder Grösse von der andern, und saget: 2 von 17 bleibet 15, welchen Rest ihr mit dem Minus-Zeichen bemercken müsset; warum es geschiehet, ist allbereit in der Subtraction gemeldet. 2) Weil ungleiche Zeichen concurriren, als verwandelt die Subtraction in die Addition, und saget: 2 und 3 ist 5, und 5 mit 5 gehet auf, so ist der Rest 5 z ÷ 15 = 0. 3) Addiret gleiches zu gleichen nach dem ersten Axiomate, so ist das Aggregat 5 ℞ = 15. Stehet nach der Alphabetischen Signatur nochmals also:

5aa † 3a † 2
5aa — 2a † 17

5a — 15 = 0
15 = 15

5a = 15.

Not. Wollt ihr 5a = 15 durch 5 abbreviren, so erscheinet der Radix, nemlich 3, vermittelst welchen

chen die Æquation geschehen, und wenn ihr den Radicem habt, so könnet ihr die Vergleichung $5aa + 3a + 2 = 5aa - 2a + 17$ alsobald examiniren, ob sie richtig sey, wie folget: Wenn Radix 3 ist, so ist 1z 9, und also 5z 45, hierzu 3a, die thun 9, auch noch Plus 2 darzu, zusammen 56. Ferner examiniret auch den Gegensatz, und sagt: 5z thun 45, hiervon ziehet ab − 2a, die thun 6, Rest 39, zum Rest 17 gethan, kommt gleichfalls 56.

Item:

$$\begin{array}{lrcl} & 9bb + 8b + 7 & = & 5bb + 8b + 23 \\ \text{Sub.} & 5bb + 8b + 23 & = & 5bb + 8b + 23 \\ \hline & 4bb \quad - 16 & = & 0 \\ & 16 & = & 16 \\ \hline & 4bb & = & 16. \end{array}$$

Scholar.

Indem ich nun einiger massen begriffen, was Æquatio und Reductio vor nützliche Regenten in dieser Algebraischen Wissenschafft sind; als bin auch noch zu vernehmen begierig, in was für einer Qualité denn Resolutio zu respectiren sey, und was sie zu befehlen habe?

Magister.

Ihr habt wunderliche Einfälle, ihr sollet euch über der Algebraisten ihre angenommenen Terminos nicht so moquiren, denn sie sind mit besondern

derm Bedacht hierzu erwählet. Inzwischen dienet euch zur Nachricht, wie daß durchs Resolviren der verborgene Werth des Radicis gesuchet und angesaget wird, nemlich, wenn die Vergleichungs-Quantitäten reduciret und abbreviret worden, so wird alsdenn die Wurtzel, nach Anweisung des grössern Characters der Unität, extrahiret, welches auf vielerley Art und Weise verrichtet werden, und man keine gewissen Regeln fürschreiben kan; Sintemal das meiste auf ein tägliches Exercitium oder Praxin ankommt. Immittelst ist allbereit aus dieser fünfften Unterredung ein guter Prægustus mitgetheilet worden. Hier wollen wir es nur noch durch unterschiedliche Vergleichungen und Aufgaben deutlicher machen.

Z. E. Es ist mir diese Vergleichung $4\frac{1}{2}$ ℞ = 18 gegeben worden. Fragt sich nun, was dieser Æquation der Radix sey? Antw. 4.

Elaboratio.

$4\frac{1}{2}$ ℞ = 18
2

9 = 36

9) 1 ℞ = 4.

Decl. 1) Richtet den Bruch ein, thut 9 halbe Radices, desgleichen machet 18 gantze zu halben, damit das fördere mit dem hintern an Namen gleich komme, thut 9 = 36. 2) Abbreviret

beyde Producta durch 9, kommt 1 ℞ = 4. Woraus erhellet, daß diese Æquation zum Radice 4 hat.

Demonstratio.

Ist nun Radix so viel als 4, so müssen 4 Radices 16, und ein halber 2 seyn, zusammen 18. Aus dieser Æquation ist nun folgendes Problema entsprungen:

Einer wird gefraget, wie viel er Geld habe? giebt zur Antwort: Wenn ich noch 3mal und halb so viel hätte, als ich allbereit habe, so wären es gleich 90 thlr. Ist demnach die Frage: Wie viel er Geld gehabt? Antw. 20 thlr.

Elaboratio.

	$1x$	
Dreymal so viel ist	$3x$	
	$\frac{1}{2}x$	
	$4\frac{1}{2}x$	$= 90$
		2
	9	180
9)	1	20 thlr.

Probatio.

Einmal so viel ist	20
Dreymal so viel ist	60
Halb so viel ist	10
	90 thlr.

Item,

Item, wenn die Vergleichung heisset: 8 ℞ † 16 = 48, was ist Radix? Antwort: 4.

Elaboratio.

8 ℞ † 16 = 48
÷ 16

8 ℞ = 32

8) 1 ℞ = 4.

Auf diese Æquation gründen sich folgende Problemata:

1) Einer kaufft zwey Stück Tuch zusammen pro 36 thlr. und zwar das andere um 6 thlr. theurer als das erste. Ist die Frage: Wie theuer iedes insonderheit zu stehen kommt? Antwort: Das erste 15 thlr. und das andere 21 thlr.

Elaboratio.

Setzet, das erste gelte 1x
so kömmt das andere 1x † 6

2x † 6 = 36
÷ 6

2x = 30

2) 1x = 15 thlr. das erste;

Folglich das andere 21 thlr.

Zusammen 36 thlr.

 2) Item,

2) Item ein Scholar hat zwey Bücher gekaufft vor 30 gl. vor das andere hat er 6 gl. mehr gegeben als vor das erste. Wird gefraget: Wieviel iegliches Buch gekostet? Antwort: Das erste 12 gl. und das andere 18 gl.

Elaboratio.

Vor das erste 1x
Vor das andere 1x † 6 = 30 gl.

2x ÷ 6 gl.

2) 1 24

kommen 12 gl. vor das erste,
6 gl. mehr vor das andere,

kommen 18 gl. vor das andere.

3) Item, ein Goldschmied hat drey silberne Becher, gilt der andere halb so viel weniger 2 thlr. als der erste, und der dritte 6 thlr. mehr als der andere, zusammen aber, verstehe der erste und dritte, 28 thlr. Ist die Frage: Wieviel ieder insonderheit gegolten? Antwort: Der erste 16 thlr, der andere 6 thlr, und der dritte 12 thlr, zusammen 34 thlr.

Elabo-

Elaboratio.

Setzet vor den ersten 1 x
vor den andern $\frac{1}{2}x \div 2$
vor den dritten $\frac{1}{2}x + 4$

$1\frac{1}{2}x + 4 = 28$
$\div 4$

24
3 2

3) $3x = 48$

Kommt vor den ersten Becher 16 thlr.
vor den andern 6
vor den dritten 12

Zusammen 34 thlr.

Item, wenn die Æquation heisset: $\frac{3}{4}x - 6 = 18$, was ist Radix? Antwort: 32.

Elaboratio.

$\frac{3}{4}$ 2e $\div 6 = 18$
$+ 6$

3 24
4 der förd. N.

3) 1 2e 96

= 32.

Auf diese Vergleichung gründet sich folgende Aufgabe:

1) Ihrer zwey sollen 61 thlr. also theilen, daß der andere $\frac{1}{4} \div 2$ thlr. mehr als der erste bekommt. Ist demnach die Frage nach eines jeden Antheil? Antwort: Der erste 28 thlr, und folglich der andere 33 thlr.

Elaboratio.

Setzet dem ersten $1x$
so bekömmt der andere $1\frac{1}{4}x \div 2$

$$2\frac{1}{4}x \div 2 = 61$$
$$+ \quad 2$$

$$63$$
$$4$$

$$252$$

bekommt der erste 28 thlr.
der andere 33 thlr.

Wie oben 61 thlr.

Item, wenn die Æquation heisset: $4z = 144$, was ist dessen Radix? Antw. 6.

Elaboratio.

$$4z = 144$$

4) $1z = 36$ Hieraus R. quadr. extr.

$$1\,2e = 6.$$

Demon-

Demonstratio.

Wenn Radix 6 gilt, so gilt der Zensus 36, dahero sind 4 Zens. gleich 144. Denn 4mal 36 ist 144.

Auf diese Vergleichung gründen sich folgende Aufgaben: 1) Ein Vater hat zwey Söhne, wird gefragt, wie alt ieder Sohn sey? Der giebt zur Antwort: Der jüngste ist halb so alt als der älteste. Wenn man aber eines ieden Jahre insonderheit quadriret, und beyde Quadrata hernach zusammen addiret, so kommen gleich 405 Jahr. Ist demnach die Frage: Wie alt ieglicher gewesen? Antw. Der jüngste 9, und der älteste 18 Jahr.

Elaboratio.

Setzet dem jüngsten 1x und dessen Quad. 1,
so ist der älteste 2x und dessen Quad. 4,

zusammen 5z alt.

Also sind 5z = 405 Jahr.

5) 1z = 81 Hieraus Rad. quadr.

1 2e = 9 Jahr der jüngste,
folgends 18 Jahr der älteste.

2) Item, es kaufft einer ein Pferd vor etliche Thaler. Wenn er den dritten Theil und den vierdten Theil in einander multipliciret, kommt gleich 108 thlr. Ist die Frage, wieviel Thaler

Thaler solches Pferd gekostet habe? Antwort: 36 thlr.

Elaboratio.

Setzet, das Pferd habe gekostet 1x
$\frac{1}{3}$ mal $\frac{1}{4}$ thut $\frac{1}{12}$x

$1\frac{1}{12}x = 108$
12

216
108

1z = 1296

33 1296 96(6	36 R. oder 36 thlr.

Item, wenn die Vergleichung heisset: 3 C sind gleich 192, was ist Radix? Antw. 4.

Elaboratio.

3 C = 192

3) 1 = 64 Hieraus R. cub. extr.

kommen 4 R.

Demonstratio.

Wenn Radix 4, so ist der Zensus 16, und der Cubus 64, drey Cubi aber betragen 192.

Auf diese Æquation gründet sich folgende Aufgabe: Einer hat einen Garten, welcher vier Ecken hat, und in ieder Ecke stehet ein Sommer-Haus mit gleich vielen Fenstern, und wenn man die Zahl der Fenster des einen Sommer-Hauses quadriret, und solche Summa mit der Zahl der

Fenster,

Fenster, verstehe in allen vier Lust-Häusern zusammen, multipliciret, kommt 2048. Ist die Frage, wieviel iegliches Lust-Haus Fenster gehabt? Antw. 8 Fenster.

Elaboratio.

Setzet ieglichem Hause	1x
Quadriret solches, thut	1xx oder 1 Zens.
Diesen Zens. mit 4 multipliciret, kommen	4xxx oder 4 Cub.
	4 Cubi = 2048
	1) 1 Cub. = 512.

Extrahiret aus 512 Radicem cubicam, kommt zum Radice 8.

Item wenn die Æquation ist 4aa † 16a = 84, Was ist Radix? Antwort: 3.

Elaboratio.

4aa † 16a = 84

4) 1aa † 4a = 21 — 4

div. 2) 2, 2 } quadr.

4

hierzu 21 add.

hieraus 25 R. □ extr.

thut 5

— 2 obige Helffte

R. = 3

 Auf

Auf diese Æquation gründet sich folgendes Exempel:

Zwey eiserne Kugeln, davon wieget die andere 4 Pfund mehr als die erste, die Zahlen ihrer beyden Pfund in einander multipliciret, giebt 192. Ist die Frage, wie schwer iede gewesen? Antw. Die erste 12 Pfund, und die andere 16 Pfund.

Elaboratio.

Setzet, die erste 1 R. schwer, so ist die andere 1 R. † 4 Pfund schwer, beydes in einander multipliciret, thut 1 Zens. † 4 R. = 192.

† 4

196 Hieraus R. □ extr.

14 R.

Die Helffte des † 4 subtr. ÷ 2

So hat gewogen 12 Pfund die erste,
Folglich die andere 16 Pfund.

Dafern ihr Scheßlers arithmetischen Haupt-Schlüssel besitzet, daraus obige Æquationes nebst unterschiedlichen Aufgaben zum Theil abgeborget, aber noch deutlicher ausgeführet, als könnet ihr daselbst noch weitere Progressus machen.

Scholar.

GOtt sey Danck! daß dieser Berg de Æquatione, Reductione & Resolutione auch durch dessen Hülffe überstiegen ist, und wir nunmehro

zur

zur Auflösung der Algebraischen Problematum schreiten können, darauf ich so sehnlich gewartet, und auch um deren willen dasjenige, was darzu vorhero zu wissen vonnöthen war, mit grosser Gedult, ob sie gleich dann und wann Schiffbruch leiden wollen, erlernet, und das Geld pro informatione willig und richtig abgeführet.

Magister.

Nein, nein, mein Freund! Dieser Berg der Vergleichung ist noch nicht völlig überstiegen. Wir haben ihn zwar quoad Algebram numerosam vel cossicam mehrentheils auf einer Seite beklettert, wir müssen ihn auch auf der andern Seite, ich meyne quoad Algebram speciosam vel literalem besteigen. Denn wenn wir das nicht thun, so erhalten wir unter denen neuern Algebraisten keinen ehrwürdigen Sitz, sondern wir mögen uns vergnügen, wenn uns nur unter ihnen auf einem Bäncklein zu sitzen erlaubet wird. Und über dieses, so sind wir auch nicht in dem Stande, ihre mit vielen Buchstaben und wenig Ziffern angefüllte Bücher zu lesen, und zu verstehen.

Scholar.

Herr Magister, ich weiß nicht, ob ich dieses vor einen interessirten Aufzug, oder vor eine fidele Meynung ansehen soll? Warum haben Sie mir nicht alsobald die Æquation, welcher man sich bey der Algebra speciosa oder literali bedienet, erkläret und beygebracht, so könten wir nunmehro

zur

zur Auflösung derer Problematum den Anfang machen.

Magister.

Mein Freund! den Verdacht, den ihr auf mich geworffen, lasset ja fahren, als wenn ich meines Interesse halber solche Aufzüge machte, nein, hierinnen bin ich gar zu gewissenhafft, sondern ihr müsset es vielmehr von mir als eine gute Intention annehmen. Denn wenn ich euch nicht vorhero nach der Algebra numerosa oder cossica beygebracht hätte, was nemlich Æquatio, Reductio und Resolutio sey, so würde euch Algebra speciosa vel literalis gar schwer beyzubringen seyn, ja ihr hättet gewiß aus Ungedult die Hand vom Pfluge abgezogen. Allein, nun ihr dieselbe begriffen, so wird euch hoffentlich desto leichter fallen, Æquationem literalem zu fassen.

Scholar.

Wenn es zu dem Ende geschehen, so habe ich vielmehr Ursache zu dancken, daß Sie so fidel mit mir umgehen. Sie fahren demnach fort in Ihrer deutlichen Lehr-Art, ich will mich bemühen, daß ich auch die Lehre de Æquatione literali fasse, damit ich nicht unter denen neuern Algebraisten aufwarten, und mich von ihnen mit der Algebra numerosa vel cossica spotten lasse.

Magister.

Ich lobe eure Resolution, dieselbe soll euch gewiß nicht reuen. Ihr habt allbereit vernommen bey Erklärung der Algebra numerosa, wie

daß

daß sich die Æquation auf 6 Regeln, die man Axiomata heisset, gründet. Auf diese obgedachte 6 Regeln nun fundiret sich auch Algebra speciosa vel literalis, welche wir hier, iedoch mit andern Worten und Exempeln, nochmals wiederholen wollen. Folget

Die erste Regel.

Gleich bleibet gleich, wenn man beyden Seiten gleiche Dinge hinzuthut oder addiret.

Z. E. Ihr hättet diese Gleichung oder Æquation $x - b = y$ einzurichten, so könnet ihr ohne Verletzung der Æquation auf beyden Seiten $+ b$ hinzuthun, so käme heraus $x = y + b$, dieweil $- b$ und $+ b$ auf der Seiten x aufgehen. Stehet also:

$$\begin{array}{c} x - b = y \\ + b + b \\ \hline x = y + b. \end{array}$$

Decl. Beym Unterrichte der Addition des vierdten Unterscheides habt ihr vernommen, wie daß, wenn ungleiche Zeichen mit gleichen Buchstaben zu addiren vorkommen, mit einander aufgehoben werden, und nur das übrige zum Collect hingeschrieben wird, wie hier $+ b$ mit $- b$ aufgehet, und nur $x = y + b$ unter die Linie, als das Collect oder Aggregat, hingeschrieben wird.

Dieses ist also zu verstehen: Lasset $x - b = y$ gelten $12 - 4 = 8$, und den nach Belieben gethanen

thanen † b † b Zusatz † 4 † 4. Stehet also:

$$\begin{array}{r} 12 - 4 = 8 \\ +4 \quad +4 \\ \hline 12 = 8 + 4. \end{array}$$

Decl. Daß 12 weniger 4 der Zahl 8 gleich sey, solches verstehet auch die Simplicité selbst; Hierzu soll nun nach diesem Axiomate ein gleiches nach Belieben addiret werden, nemlich † 4 † 4. Weil nun — 4 mit † 4 vermittelst der gegebenen Regel im vierdten Unterscheide der Addition aufgehet, als bleibet 12 = 8 † 4 zum Collect. Gleichwie nun 12 weniger 4 der 8 gleich ist, also ist auch nach gegebenen beliebigen gleichem Zusatze, nemlich † 4 † 4, das Aggregat 12 gleich der 8 nebst Plus 4 worden. Das heisset nun, gleich bleibet gleich, wenn man beyden Seiten gleiche Dinge oder Grössen hinzuthut.

Die andere Regel.

Gleich bleibet gleich, wenn man von beyden Seiten gleiche Dinge abziehet.

Z. E. Es wird mir diese Gleichung x † y = s vorgegeben, davon soll ich ein gleiches abziehen, nemlich † y † y. Wie wird die Gleichung aussehen? Antw. x = s — y. Stehet also:

$$\begin{array}{r} x + y = s \\ +y \quad +y \\ \hline x = s - y. \end{array}$$

Decl.

Decl. Weil † y mit † y aufgehet, so schreibet unter die Linie x = s, und das Plus-Zeichen bey y verwechselt in ein Minus-Zeichen, nach dem Unterrichte, welcher im andern und dritten Unterscheide der Subtraction gegeben worden.

Dieses ist also zu verstehen: Lasset x † y = s 12 † 4 = 16 gelten, das ist, 12 und 4 ist der Zahl 16 gleich, hiervon ziehet ein beliebiges Gleiches ab, nemlich † 4 † 4. Nun gehet † 4 mit † 4 auf, und das andere Plus-Zeichen verwechselt in ein Minus-Zeichen, so ist die Antwort: 12 = 16 − 4, das ist, die Zahl 12 ist der Zahl 16 gleich weniger 4; denn wenn man 4 von 16 abziehet, so ist der Rest 12. Dieses heisset nun: Gleich bleibet gleich, wenn man von beyden Seiten gleiche Zahlen oder Quanta abziehet. Stehet vermittelst der Ziffern oder Zahlen also:

$$\begin{array}{r} 12 \dagger 4 = 16 \\ \dagger 4 \quad \dagger 4 \\ \hline 12 = 16 - 4. \end{array}$$

Die dritte Regel.

Gleich bleibet gleich, wenn man etwas auf die andere Seite bringet, und das Zeichen verwechselt.

Bey der Resolvirung oder Auflösung einer Aufgabe siehet man nicht eben auf die beyden obigen gegebenen Regeln, sondern man bedienet sich eines solchen Vortheils, welcher obige beyde Regeln

Regeln in sich begreifft. Z. E. Wir wollen die obigen Gleichungen $x + y = s$ noch einmal vor uns nehmen, und solche kürtzer fassen, welches folgender massen geschiehet: Werffet nur das y auf die andere Seite, und verwechselt sein Zeichen, so kommt $x = s - y$, welcher Process nichts anders ist als eine Subtraction, wie aus der obigen andern Regel zu ersehen. Ingleichen wenn ihr das obige Exempel Additionis, so unter der ersten Regel stehet, nemlich $x - b = y$ nehmen, und mit der Einrichtung kürtzer davon kommen wollet, so nehmet das b weg, und schreibet es nebst Verwechselung seines Zeichens in + auf die andere Seite, so kömmt $x = y + b$, welches nicht anders ist als eine Addition. Beyde Exempel stehen also:

Das erste.	Das andere.
$x + y = s$	$x - b = y$

Vermittelst der Ziffern können diese Vergleichungen folgender massen noch deutlicher und begreiflicher vorgestellet werden:

$12 + 4 = 16$	$12 - 4 = 8$
$12 = 16 - 4$	$12 = 8 + 4.$

Die vierdte Regel.

Gleich bleibet gleich, wenn man beyde Seiten gleich vielfältiget.

Z. E.

Z. E. Es sey x = a † b, und wenn man beyde Seiten mit c multipliciret, als bleiben alle beyde Seiten gleich. Stehet also:

$$\begin{array}{l} x = a \dagger b \\ \qquad\quad c \\ \hline cx = ac \dagger bc \end{array}$$

Decl. Lasset x = a † b so viel als 6 = 4 † 2 gelten, und das c so viel als 2, hierauf multipliciret zweymal 6 = 4 † 2, so kommt zum Product 12 = 8 † 4. Stehet also:

$$\begin{array}{l} 6 = 4 \dagger 2 \\ \qquad\quad 2 \\ \hline 12 = 8 \dagger 4. \end{array}$$

Die fünffte Regel.

Gleich bleibet gleich, wenn man beyde Seiten gleich theilet.

Z. E. Es sey ab = ax. wenn man nun beyderseits durch a theilet, so kommt zum Quoto b = x. Stehet also:

$$\frac{ab}{a} = \frac{ax}{a} \;\Big|\; b = x$$

Decl. Weil der Dividendus zwey a führet, als werden sie vermittelst des Divisoris a cassiret, denn ein a hebt das andere auf, und da kommen zum Quoto die beyden Buchstaben, nebst ihrem Vergleichungs-Signo, nemlich b = x, wie ihr in der Division allbereit seyd unterrichtet worden.

Item, wenn ihr $s + u = 2y$ durch 2 dividiret, so kommt zum Quoto $\frac{s + u}{2} = y$. Stehet also:

$$s + u = y$$

$$2)\ \frac{s + u}{2} = y$$

Vermittelst derer Ziffern kan es folgender massen begreiflicher vorgestellet werden:

$$4 + 2 = 6$$

$$2)\ 2 + 1 = 3.$$

Uberhaupt mercket anbey: Was durch die Multiplication zusammen hänget, dasselbe sondert man ab durch die Division. Was aber in der Division Bruch-weise untereinander stehet, dasselbe trennet man durch die Multiplication. Z. E. Es hängen durch die Multiplication zusammen $a x$, wollet ihr nun x alleine haben, als dividiret durch den Buchstaben, den ihr wollet abgeschaffet wissen, nemlich a. Stehet also:

$$\frac{ax}{a} \Big| x.$$

Wenn ihr aber $\frac{x}{a}$ welche in der Division Bruch-weise stehen, trennen, und das a abschaffen wollet, als multipliciret mit demjenigen Buchstaben, den ihr wollet abgeschaffet wissen, nemlich a, so bleibet x.

Die sechste Regel.

Gleich bleibet gleich, wenn man aus ieder Seiten Radicem extrahiret.

Z. E. Es seyn diese beyde Quadrata: aa = xx einander gleich; wenn ihr nun aus ieder Seite, oder aus iedem Quadrato den Radicem extrahiret, so kommt a = x. Verstehet es also: Lasset sowol das Quadratum aa, als auch xx, 36 gelten, extrahiret hierauf Radicem, so ist derselbe 6, und also ist 6 = 6. Dieses heisset nun: Gleich bleibet gleich, wenn man aus ieder Seiten Radicem extrahiret.

Scholar.

Sind das nun die 6 Säulen oder Ordines, darauf sich die Æquatio literalis stützen, und man vermittelst derselben allerhand Problemata algebraica auflösen kan.

Magister.

Ob zwar noch vieles euch beyzubringen wäre, ehe und bevor man zur Solution derer Problematum schreiten solte; So will ich doch davon vor diesesmal abbrechen, und lieber eurem sehnlichen Verlangen gratificiren, und mich zur Auflösung derer Aufgaben wenden.

Scholar.

Es ist mir hertzlich lieb Dero gefaßte Resolution. Ich kan es nicht verbergen, daß, wenn Sie mich noch länger aufgehalten, ich aus Mißvergnügen, und zwar zu Ihrem Schaden, die Algebraische Information abandoniret hätte.

Die sechste Unterredung

handelt

Von denen Algebraischen Problematibus.

Magister.

PRoblema ist ein Griechisches Wort, und heisset in der Teutschen Sprache so viel als eine aufgeworffene Frage, oder Aufgabe. Ob es zwar mancherley Fragen oder Aufgaben giebt, als Problemata Theologica, Geistliche Fragen; Problemata Juridica, Juristische Fragen; Problemata Medica, Medicinische Fragen; Problemata Philosophica, Philosophische Fragen, u. s. w. Hier aber soll bloß und allein gehandelt werden von Problematibus Algebraicis, das ist, von Algebraischen Aufgaben, welche theils in die Arithmetique, Geometrie, Stereometrie, theils in die Mechanic, Physic, und andere Wissenschafften mehr lauffen.

Scholar.

Herr Magister, Sie machen abermals viele und unnöthige Umschweiffungen; das weiß ich schon lange, daß wir hier nur von Algebraischen Aufgaben zu handeln haben, darauf ich so sehnlich gewartet, was gehen mich denn die andern obbemeldten Aufgaben an?

Magi-

Magister.

Sachte, sachte, mein Freund! Leget doch der Ungedult einen Zaum an. Ihr habt ja selbst den Gebrauch an euch, wenn ihr ein Musicalisches Stück auf dem Clavire spielen wollet, daß ihr vorhero ein Præambulum machet; so lasset euch demnach meine Weise und Lehr-Art auch gefallen.

Scholar.

Nachdem ich meine Ungedult zu erkennen gegeben, so will dieselbe mit der Gedult verwechseln, und den Anfang zu denen Algebraischen Aufgaben erwarten.

Magister.

Es ist mir lieb, daß ihr euer bezeigtes Mißvergnügen geändert. Dahero schreite ich zur Sache. Wir wollen vorhero nach der Algebra numerosa oder Coss unterschiedliche Problemata zur Auflösung vor uns nehmen, damit wir uns in die Solution derer Problematum nach der Algebra speciosa vel literali desto leichter finden können. Folgen demnach:

I. Problemata ex Arithmetica.

Z. E. Es haben ihrer zwey zusammen 400 Thaler, der andere aber hat 84 mehr als der erste. Wird gefragt: Wie viel Thaler ein ieder habe? Antw. Der erste hat 158 thlr. und der andere 242 thlr.

Elaboratio.

1 R.
1 R. † 84

---

2 R. † 84 = 400 thlr.
÷ 84

316

---

div. 2) 158 thlr. der erste
84 thlr. addirt

---

242 thlr. der andere.

Decl. 1) Saget: Der erste habe 1 ℞ und der andere 1 ℞ † 84. 2) Addiret die beyden R. nebst dem † 84, kömmt 2 R. † 84, dieses Aggregat ist nun der bekannten Summe à 400. thlr. gleich. 3) Verwechselt das Zeichen † 84 in ÷ 84, und subtrahiret es von der bekannten Summe 400, bleibet Rest 316, solche dividiret ab mit den fördern 2 R. kommen 158 thlr. vor den ersten. Und weil der andere 84 thlr. mehr hat, als addiret dieselben zu 158 thlrn, so kommet heraus, wieviel der andere hat, nemlich 242. thlr. Warum aber das Plus-Zeichen in ein Minus-Zeichen verwechselt worden, davon ist allbereit bey der Æquation und Reduction Unterricht geschehen.

Scholar.

Aus der Elaboration dieses ersten Algebraischen Problematis kan ich noch nicht ersehen den höchst-

gerühm-

gerühmten Nutzen, noch vielweniger die Behendigkeit in Auflösung dergleichen Aufgaben. Ich proponirte dieses Problema meinem Wirthe, der ein Leinweber ist, und fügte hinzu, wie daß ich nun auch Exempel nach der Algeber resolviren, und die begehrte Antwort produciren könnte. Darüber fieng er an hinter dem Wirckstuhle zu lachen, und sagte: Die Aufgabe aufzulösen, brauchte man keine Algeber, und sagte mir ohne Ansetzung der Feder oder Kreide ex tempore, wieviel iedweder Geld von obgedachten 400 Thalern hätte. Versetzte weiter: Ich solte den Uberschuß des andern, nemlich 84 thlr. von 400 abziehen, so würde zum Rest 316 thlr. kommen, solche solte ich mit 2 dividiren, der Quotiens würde seyn 158 thlr, und so viel hätte der erste gehabt, zu diesem Quoto solte ich nun des andern seinen Uberschuß, nemlich 84 thlr. addiren, so käme dessen Baarschafft, nemlich 242 thlr. heraus. Stehet also:

400 thlr.
84 subtr.
316
div. 2) 158 thlr. des ersten
84 thlr. addirt
242 thlr. des andern.

Probatio.

158 thlr. der erste
242 thlr. der andere
400 thlr. wie oben.

Darüber wurde ich schamroth, und muste mit meiner Algebraischen Solution einpacken. So gestalten Sachen nach, will es mich fast reuen, daß ich auf die Algebraischen Zauber-Possen und Zeichen-Deuterey so viel Zeit und Geld gewendet. Dafern in denen folgenden Problematibus nicht mehr Kunst und Nachsinnens anzutreffen seyn wird, so werde genöthiget, mein Geld und die Zeit nützlicher anzuwenden.

Magister.

Ihr habt euch schon eine geraume Zeit in unterschiedlichen Wissenschafften meiner Information bedienet, aber so wanckelmüthig und ungedultig habt ihr euch noch niemals erzeiget, als ihr euch vorietzo bey der Algebraischen Information aufführet. Ihr wisset ja, daß ich bey meiner mühsamen Information mich allemal zu Anfange leichter, und, so zu reden, kindischer Aufgaben bediene, um eine Sache begreiflicher zu machen, alsdenn folgen schwerere und Nachsinnens bedürfftige Exempel, nach der Lateiner ihrem Axiomate; A facilioribus ad difficiliora progrediendum est. Nur Gedult! Es werden schon solche Aufgaben erfolgen, welche der Leinweber unaufgelöset wird lassen müssen, alsdenn könnet ihr euch revangiren, und ihn wieder auslachen.

Scholar.

Nachdem sich die Sache so verhält, als bitte, Sie wollen in der Solution derer Problematum fortfahren.

Magi-

Magister.

Ja, ich wills thun, aber mit dem Bedinge, daß ihr mit euern empfindlichen und unbedachtsamen Raisoniren, als auch Einwendungen zurücke bleibet, sonst werde ich selbst genöthiget, von der Information abzustehen. Es ist mir an euern paar Thalern nicht so viel gelegen.

Scholar.

Jedoch wird mir gleichwol erlaubet seyn, wenn ich eine Sache nicht begreiffen und verstehen kan, meine Gedancken und Meynung zu eröffnen, damit ich hinter die hohen Geheimnisse der Algeber gründlich kommen kan.

Magister.

Das wohl. Folget demnach das andere Problema, welches also lautet: Aus der Summa zweyer Zahlen, welche 32 ausmacht, diejenige Zahl zu finden, welche um 8 grösser, oder auch um 8 kleiner ist, als die andere? Antwort: 20 ist um 8 grösser als die andere, und 12 ist um 8 kleiner als die andere.

Elaboratio

der ersten Solution,	der andern.
x	x
x ÷ 8	x † 8
2x ÷ 8 = 32	2x † 8 = 32
† 8	÷ 8
2x = 40	2x = 24
2) 1x = 20	2) 1x = 12.

Decl. Wollet ihr die grössere Zahl vorhero erforschen, so müßt ihr die erste Solution oder den ersten Satz auf das Minus-Zeichen stellen, und zwar aus der Raison, weil es in ein Plus-Zeichen verwechselt, und zu 32 addiret werden muß, so ist die Æquation $2x = 40$, und wenn man solche mit $2x$ dividiret, kommt 20, welche Zahl um 8 grösser ist als die andere. Ziehet man nun 8 von 20 ab, so zeiget der Rest die kleinere, nemlich 12, und wenn man die kleinere und grössere addiret, ich meyne 12 und 20, so kommt 32, welches die Probe ist. Wollt ihr aber die kleinere Zahl vorhero erforschen, so stellet den Satz oder Solution auf das Plus-Zeichen, aus der Raison, weil es in ein Minus-Zeichen verwechselt werden muß, wie es die andere Solution ausweiset.

Scholar.

Wenn ich aber 8 von 32 abziehe, und den Rest 24 mit 2 dividire, so bekomme ich alsobald die Zahl 12, welche um 8 kleiner ist als die andere, und so ich 8 hierzu addire, als erhalte ich die Zahl 20, welche um 8 grösser ist, denn die andere. Woraus zu ersehen, daß man durch die gemeine Rechen-Kunst viel geschwinder dergleichen Problemata auflösen kan, als durch die Algebraische Kunst. Stehet also:

32 die Summa,
8 subtrahirt,

24

div. 2) 12 die kleinere
8 addirt

20 die grössere.

Magister.

Mein Freund! Ich habe es ja allbereit gesagt, daß ich dergleichen Kinder-Exempel nicht zu dem Ende anführe, dadurch zu beweisen, wie man per Algebram viel kürtzer rechnen, sondern wie man sich ihren Process angewöhnen, und sodann viel schwerere Problemata auflösen könne. Wir schreiten hierauf zur Auflösung der dritten leichten Aufgabe, welche also lautet:

Zwey Studenten erhalten einen Wechsel von 58 Thalern, darein sollen sich dieselben dergestalt theilen, daß des jüngsten seine Portion um 26 Thaler kleiner sey, als des ältesten. Ist die Frage: Wieviel eines jeden seine Portion betrage? Antwort: Des ältesten 42 thlr. und des jüngsten 16 thlr.

Elaboratio.

$$\begin{array}{l} x \\ x + 26 \\ \hline 2x + 26 = 58 \\ \quad\quad\quad \div 26 \\ \hline 2x = 32 \\ \hline \end{array}$$

2) $1x = 16$ thlr. des jüngsten Port.

42 thlr. der älteste.

Probatio.

Des jüngsten Portion ist 16 thlr.
Des ältesten Portion ist 16 + 26 oder 42

32
+ 26 add.

Summa 58 thlr.

Wolte man aber des ältesten seine Portion zuerst wissen, welche um 26 grösser, als procediret man gleicher massen auf obige Art.

Elaboratio.

$$\begin{array}{l} x \\ x - 26 \\ \hline 2x - 26 = 58 \text{ thlr.} \\ \quad\quad\quad + 26 \\ \hline 2x = 84 \\ \hline \end{array}$$

2) $1x = 42$ thlr. des ältesten.

Proba-

Probatio.

Des ältesten Portion ist 42
Des jüngsten Port. ist ÷ 26 subtr.

16 thlr. des jüngsten.
Des ältesten darzu 42

Summa 58 thlr.

Scholar.

Es schmertzet mich gleichwol, Herr Magister, daß ich wider diese Algebraische Weitläufftigkeit, meinem Versprechen nach, nicht viel sagen darff, da man doch dieses Problema fast in einem Augenblick folgender massen auflösen kan: Man addiret 26 zu 58, kommen 84, solche durch 2 dividiret, erscheinet alsobald des ältesten seine Portion, nemlich 42 thlr, hiervon 26 thlr. abgezogen, zeiget der Rest des jüngsten seine Portion, nemlich 16 thlr. Oder will man des jüngsten seine Portion erstlich wissen, als subtrahiret man 26 von 58, und der Rest 32 wird durch 2 dividiret, der Quotus, nemlich 16, giebet die Portion des jüngsten. Stehet also:

58 thlr.	58 thlr.
26 thlr. add.	26 subtr.
84 thlr.	32
2) 42 thlr. des ältesten	2) 16 thlr. des jüngsten.

Magi-

Magister.

Meine allbereit gegebene Raison ist euch schon bekannt, und braucht es also nicht weiter anzuführen, warum man dergleichen Kinder-Problemata nach der Algebra solviren lehret. Wir schreiten viel lieber zum vierten Problemate, welches also lautet:

Zwey Bäuerin kommen mit 32 Schock Eyern zu Marckte, die erste hat dreymal mehr in ihrem Korbe als die andere. Wird gefragt: Wieviel Schock Eyer iedwede in ihrem Korbe gehabt? Antwort: Die erste 24, und die andere 8 Schock.

Elaboratio.

Die erste x
Die andere 3x

$$4x = 32$$

4) 1 = 8 Schock die andere.
3 multiplicirt

24 Schock die erste.

5) Item, es werden unter vier Scholaren 72 Stück Bücher dergestalt ausgetheilet, daß der andere anderthalb mehr als der erste, und der dritte 2 und $\frac{1}{3}$ mal mehr als die ersten beyde zusammen, der vierdte aber so viel als die Summe der drey erstern betrage, bekomme. Wird gefragt: Wieviel Bücher auf ieden Schüler kommen sollen? Antw. Der erste erhält 6 Stück, der andere 9 Stück, der dritte 21 Stück, und der vierdte 36 Stück.

Elabo-

Elaboratio.

1 R. oder x
$1\frac{1}{2}$
$3\frac{1}{2}$
6

12 R. = 72

4) 3 = 18

3) 1 = 6 Stück der erste
9 Stück der andere
21 Stück der dritte

36 die Summe derer dreyen
36 Stück der vierdte

Summa 72 Stück.

Decl. 1) Setzet dem ersten Schüler 1 R. oder x; dem andern $1\frac{1}{2}$ mehr so viel, schreibet $1\frac{1}{2}$ R; dem dritten 2 und $\frac{1}{3}$ mal mehr als der ersten beyden Empfang beträgt, schreibet $3\frac{1}{2}$ R, denn deren beyden Empfang ist $1\frac{1}{2}$, diesen mit $2\frac{1}{3}$ multiplicirt, beträgt $3\frac{1}{2}$ R. Dem vierdten schreibet so viel mehr, als der dreyen ihr Empfang ist, nemlich 6 R. 2) Addiret alle vier Portiones, kommen 12 R. oder x, welche der Summe 72 gleichen. 3) Abbreviret diese Æquation, kommen 6 R, das ist, 6 Stück Bücher vor den ersten. 4) Weil der andere $1\frac{1}{2}$ mal mehr haben soll als der erste, als multipliciret 6mal $1\frac{1}{2}$, so zeiget der Product 9 Stück Bücher vor den andern. 5) Dieweil der

der dritte 2 und $\frac{1}{3}$ mal mehr haben soll als der ersten beyden Empfang ist, nemlich 9, so multipliciret $2\frac{1}{3}$ mal 9, thut 21 Stück Bücher vor den dritten. 6) Weil der vierdte so viel als die Summe der drey ersten beträgt, erhalten soll, als addiret 6, 9, 21, kommt zum Aggregat 36 Stück, solche zu 36 gethan, kommen 72 Stück, welches als eine Probe anzunehmen ist. Nun zeiget mir, mein Freund, wie ihr nach der gemeinen Arithmetique kürtzer davon kommen könnet. Hic Rhodus, hic salta. Lasset eure Kunst sehen.

Scholar.

Herr Magister, hier hat es noch keine Noth. Wenn ich dieses Problema nach der einfachen Regel falsi solvire, da komme ich, wo nicht kürtzer, iedoch eben so geschwinde davon, wie aus folgender Elaboration zu ersehen.

Die

Die beliebte Zahl sey 8
Anderthalb mal so viel 12
$2\frac{1}{3}$ mal so viel ist 28
Aller dreyen Sum̃e ist 48

96 kömmt aus 8, was 72

8) 12 = = 1 = 18

4) 3 6 St.

3) 1

6 Stück Bücher der erste.
9 Stück ist $1\frac{1}{2}$ mal 6.
21 Stück ist $2\frac{1}{3}$ mal 9.

36 Bücher Summe aller dreyen.
36 welche zu 36 müssen add. werden.

Summa 72 Bücher.

Und ob zwar, wie aus der Elaboration zu ersehen, die Algebraische Auflösung ein paar Ziffern weniger als die Falsi-Rechnung gebracht, welches so viel als nichts bedeutet, so hat man doch von der Falsi den Vortheil, daß man dieses und dergleichen Problemata mehr als auf eine Art solviren kan, wie aus folgenden Elaborationibus zu ersehen:

Die beliebte Zahl ist 4
6
14
24

48 kommt aus 4, was 72

4) 12 1 6 St.

12) 1

Oder:

Beliebte Zahl ist 2
3
7
12

24 kömmt aus 2, was 72

2) 12 1 6 St.

1

Magister.

Ey! das ist Wasser auf eure Mühle. Unterdessen ist es mir doch sehr lieb, daß ihr die Regulam falsi noch im frischen Gedächtnisse habet, und solche nicht vergessen.

6) Item, als man von einem Alt-Vater zu wissen verlangte, wie hoch sich das Alter eines ieden von seinen 4 Kindern erstrecke, hat er geantwortet: Mein jüngster Sohn ist um 4 Jahre älter als meine jüngste Tochter, und mein zweyter Sohn

Sohn ist so alt als sie beyde zugleich, und noch zwey Jahr drüber, und meine älteste Tochter ist halb so alt und noch 5 Jahr darüber, als ihre drey Geschwister, ich aber, als ein achtzigjähriger Mann, bin nunmehro eben so alt, als meine 4 Kinder zusammen. Fragt sichs demnach, wie alt ein iedes von den Kindern gewesen? Antw. 10 Jahr die jüngste Tochter, 14 Jahr der jüngste Sohn, 26 Jahr der zweyte Sohn, 30 Jahr die älteste Tochter.

Elaboratio.

1 R. oder x
1 R. † 4
2 R. † 6
2 R. † 10

6 R. † 20 = 80
÷ 20

6 R. = 60

6) 1 = 10 Jahr die jüngste Tochter.
14 Jahr der jüngste Sohn.
26 Jahr der andere Sohn.
30 Jahr die älteste Tochter.

80 Jahr.

Decl. 1) Setzet vor die jüngste Tochter 1 R. oder x. 2) Weil der jüngste Sohn um 4 Jahr älter ist als die jüngste Tochter, schreibet 1 R. † 4. 3) Weil der zweyte Sohn so alt ist als sie beyde

zugleich, nemlich die jüngste Tochter und der jüngste Sohn, als addiret die Radices nebst † 4, und setzet die 2 Jahr auch darzu, die er noch darüber hat, kommt 2 R. † 6. 4) Und weil die älteste Tochter halb so alt als die drey Kinder zusammen Jahre haben, welche Summe 4 R. † 10 beträgt, halbiret solche, kommen 2 R. † 5, und 5 Jahr noch darzu, thut 2 R. † 10. 5) Addiret deren 4 Kinder ihr Alter, kommen 6 R. † 20, welche Summe des Vaters Alter von 80 Jahren gleichet, und die Gleichung also stehet: 6 R. † 20 = 80. 6) Verwechselt die Signatur, nemlich † 20 in ÷ 20, und ziehet dieselbe von 80 ab, bleibt Rest 60, und operiret ferner, wie die Elaboration weiset. Die Elaboration aber nach der gedoppelten Regel Falsi siehet folgender Massen aus:

Es sey die jüngste Tochter alt:

1) 15 Jahr	2) 20 Jahr	
19	24	15 † 30 } 30 D.
36	46	20 † 60 }
40	50	
110	140	900
80	80	600
† 30	† 60.	300

300 | 10 Jahr die
330 | jüngste Tochter.

Decl. 1) Setzet, die jüngste Tochter sey 15 Jahr alt, so ist der jüngste Sohn, weil er 4 Jahr älter,

älter, 19 Jahr; Der zweyte Sohn, weil er so alt als sein beydes Geschwister, und noch 2 Jahr drüber, schreibet 36 Jahr; Die älteste Tochter, weil sie halb so alt als ihr Geschwister, und noch 5 Jahr darüber, ist 40 Jahr alt. 2) Addiret die Jahre, kommen 110, und sollen 80 Jahr, excediret demnach die nach Belieben genommene Zahl 15, um 30. 3) Erwählet euch eine andere Zahl, nemlich 20, und procediret gleichfalls damit, wie mit der Zahl 15, da kommt zur Summe 140, davon 80 abgezogen, so zeiget der Rest 60 zu viel. 4) Schreibet die nach Belieben genommene Zahlen nebst ihren Excessen neben und unter einander, multipliciret sodann ins Creutze, nemlich 15 mit 60, kommt 900, und 20 mit 30, thut 600, ziehet 600 von 900 ab, bleibet 300, diesen Rest dividiret ab, mit der Differenz der beyden Excessen, nemlich mit 30, so kommt heraus der jüngsten Tochter ihr Alter, u. s. w.

7) Item, Cupido beklagte sich einsmals bey seiner Mutter Venus, daß ihm die Musen seine Aepffel fast alle genommen, und sagte: Clio hat mir $\frac{1}{5}$ genommen, Euterpe $\frac{1}{12}$, Thalia $\frac{1}{8}$, Melpomene $\frac{1}{20}$, Erato $\frac{1}{7}$, Terpomene $\frac{1}{4}$, Polyhymnia 30, Urania 120, und Calliope die boshafftigste unter allen, 300. Wenn ich diesen Rest halbire, diesen halben Theil quadrire, hierzu den gantzen Rest weniger 3 addire, das Aggregat mit 5 multiplicire, so kommt gleich 3360 heraus, die Anzahl aller meiner Aepffel. Ist nun die Frage, wieviel der Rest gewesen? Antw. 50 Aepffel.

Elaboratio.

Der Rest heisse 1 R. oder x.

Die Helffte $\frac{1}{2}$ R. } quadriret.
$\frac{1}{2}$

Der Zensus $\frac{1}{4}$

1 R. ÷ 3 addiret.

$\frac{1}{4}$z † 1 R. ÷ 3

5 mult.

$\frac{5}{4}$z † 5 R. ÷ 15 = 3360

Verwechselt das Minus in Plus † 15 add.

$\frac{5}{4}$z † 5 R. = 3375

4 der Nenner.

5 z † 20 R. = 13500

5 z = 13500 ÷ 20 R.

5) 1 z = 2700 ÷ $\frac{4\,R.}{2}$

† 4

2704

2704 | 52

70(2 | 2 subtr.

50 Aepffel.

Not.

Not. Die Raison, warum 2 von 50 abgezogen worden, werdet ihr oben finden unter denen Problematibus Æquationis und Resolutionis.

Probatio.

50 Aepffel

---

25 die Helffte
25

125
50

---

625 Zensus oder Quadratum
47 der Rest weniger 3

672
5 Mult.

3360 die angegebene Summe.

Magister.

Getrauet ihr euch nun, mein Freund, dieses Problema auch nach der Regel Falsi aufzulösen, und den Rest derer Aepffel anzusagen?

Scholar.

Ich gestehe es offenhertzig, daß ich dieses Problema allbereit zu Hause in der Arbeit gehabt, und es nach der Regel Falsi auf unterschiedene Manier gesuchet aufzulösen. Anfangs habe es durch die einfache Regel Falsi versuchet, aber den Rest nicht heraus bringen mögen; hernach durch die gedoppelte, vermittelst derer Zeichen Plus und

Minus. Die erste Operation geschahe durch gleiche Minus-Zeichen, die andere durch gleiche Plus-Zeichen, und die dritte durch ungleiche Minus- und Plus-Zeichen. Allein Oleum & operam perdidi. Die Arbeit war umsonst.

Magister.

Nun frolocket und sprechet nicht mehr, als wenn ihr per Regulam falsi alle Problemata auflösen, und die Antwort viel geschwinder, als per Algebram produciren könnet.

Scholar.

Ob ich gleich vermittelst der Falsi-Rechnung nach denen darinnen gegebenen Regeln den Rest derer Aepffel nicht habe heraus bringen können, als habe nach meiner gesunden Vernunfft folgender Massen gerechnet:

Clio nahm	$\frac{1}{5}$	aus 3360,	das sind	762	Aepffel.
Euterpe	$\frac{1}{12}$	⸗ ⸗	das sind	280	
Thalia	$\frac{1}{8}$	⸗ ⸗	das sind	420	
Melpomene	$\frac{1}{20}$	⸗ ⸗	das sind	168	
Erato	$\frac{1}{7}$	⸗ ⸗	das sind	480	
Terpomene	$\frac{1}{4}$	⸗ ⸗	das sind	840	
Polyhymnia	⸗	⸗ ⸗	⸗ ⸗	30	
Urania	⸗	⸗ ⸗	⸗ ⸗	120	
Calliope die boshafftigste			⸗ ⸗	300	
			Summa	3310	Aepffel.

Diese 3310 von 3360 abgezogen, bleiben 50 Aepffel zum Reste.

Was

Was meynet demnach der Herr Magister hierzu, bin ich nicht per Arithmeticam rationalem viel leichter zum Zwecke kommen, als durch die Algebraischen Zauber-Possen und durch die unvollkommene Falsi-Rechnung.

Magister.

Ich hätte nicht gedacht, daß ihr auf die Gedancken fallen, und per regulam rationis rechnen werdet. Inzwischen ist es doch nicht Algebraice procediret.

8) Item, viererley Personen, als Männer, Weiber, Junggesellen und Jungfern, haben mit einander verzehret 50 Thaler. Es sind aber so viel Weiber als Männer, und so viel Jungfern als Junggesellen gewesen, iedoch 4 Männer und 4 Weiber mehr, als Junggesellen und Jungfern. Wenn man die Zahl der Männer und Weiber quadriret, und von dem Quadrat die Helffte der Junggesellen abziehet, so bleibt gleich 496 übrig. Ist nun die Frage: Wieviel iedes Geschlechtes Personen gewesen? Antwort: 28 Männer, 28 Weiber, 24 Junggesellen, und 24 Jungfern.

Elaboratio.

1x † 4 } quadriret   1x } quadr.
1x † 4 }   1x }

1xx † 4x   1xx
4x † 16

2) $\frac{1}{2}$xx.

1xx † 8x † 16 das Quadratum.
$\frac{1}{2}$xx die Helffte subtrahiret.

$\frac{1}{2}$xx † 8x † 16 = 496
2 der N. mult.

1xx 16x † 32 = 992
÷ 32

960 ÷ 16
64   8
1024   8
64

1
. .
1024 | 32
96(2 | 8 subtr.

24 Jungfern u. so viel auch Junggesellen.

Und weil die Männer die Junggesellen um 4, und die Weiber die Jungfern auch um 4 übertreffen, als folget, daß 28 Männer und 28 Weiber müssen gewesen seyn.

Proba-

Probatio.

28 M. und Weib.	24 Junggeſ. u. Jungf.
28	24
224	96
56	48
784	576
288 ſubtr.	2)288.
496	

9) Item, viererley Perſonen, Männer, Weiber, Junggeſellen und Jungfern, haben mit einander verzehret 50 Thaler. Hierzu contribuirte ein Mann 1 thlr, eine Frau $\frac{1}{4}$ thlr, ein Junggeſelle $\frac{1}{2}$ thlr, eine Jungfer $\frac{1}{8}$ thlr, und ſind ſo viel Männer als Weiber, und ſo viel Junggeſellen als Jungfern geweſen; Es übertrifft aber die Zahl der Männer und Weiber zuſammen, die Zahl der Junggeſellen und Jungfern um 8. Wenn man nun die Helffte des Quadrats der Junggeſellen und Jungfern von dem Quadrato der Männer und Weiber abziehet, ſo bleibet noch 1984 übrig. Iſt nun die Frage: Wieviel iedes Geſchlechtes Perſonen geweſen, als auch wieviel iede Perſon zu denen 50 thlrn. contribuiret habe? Antwort: 28 Männer haben gegeben 28 thlr; die 28 Weiber aber 7 thlr; die 24 Junggeſellen 12 thlr, und die 24 Jungfern 3 thlr.

Elaboratio.

1x † 8 }
1x † 8 } quadriret

1xx † 8x
8x † 64

1xx † 16x † 64 das Quadratum
$\frac{1}{2}$xx die Helffte subtr.

$\frac{1}{2}$xx † 16x † 64 = 1984
2 der N.

1xx † 32x † 128 = 3968
÷ 128

1xx = 3840 ÷ 32
256

1xx	= 3840 ÷ 32	
	256	16
	4096	16
		96
		16
		256

47
4096 | 64
12(4 | 1.6 subtr.

---

48 Personen, Junggesellen und Jungfern zugleich.

Solche 48 Personen durch 2 dividiret, zeiget der Quotiens, daß 24 Junggesellen und 24 Jungfern gewesen sind. Und weil um 8 die Männer und Weiber die Junggesellen und Jungfern übertroffen haben, als addiret 8 zu 48, thut 56, solches Aggre-

Aggregat dividiret gleichfalls mit 2, so erscheinet sowol die Anzahl derer Männer, als auch die Anzahl derer Weiber, nemlich 28.

Probatio.

56 Personen.	48 Personen.
56	48
336	384
280	192
3136	2304
1.1.52 subtr.	2) 1152.
1984.	

Nachdem man nun die Anzahl derer Personen iedes Geschlechts gefunden, als kan man einer ieden Person ihre Quote folgender Massen erforschen: 1) Weil in der Aufgabe stehet, daß iede Manns-Person 1 thlr. darzu contribuirt, als kommen nach der Anzahl derer Männer so viel Thaler, nemlich 28 thlr. 2) Weil ein Weib $\frac{1}{4}$ thlr. darzu gegeben, als dividiret 28 durch 4, kommen 7 thlr. 3) Weil ein Junggeselle die Helffte eines Thalers darzu gezahlet, als dividiret 24 mit 2, kommen 12 thlr. 4) Weil eine Jungfer $\frac{1}{8}$ thlr. darzu eingeräumet, als dividiret 24 mit 8, kommen 3 thlr.

Proba-

Probatio.

	28 thlr. der Männer Quote.
$\frac{1}{4}$ aus 28 ist	7 thlr. der Weiber Quote.
$\frac{1}{2}$ aus 24 ist	12 thlr. der Junggesellen Quote.
$\frac{1}{8}$ aus 24 ist	3 thlr. der Jungfern Quote.
Summa	50 thlr.

10) Item, einer wurde gefragt: Wieviel er Geld verspielet hätte? Er gab zur Antwort: Wenn ich das Quadrat der verspielten Thaler triplire, hierzu 16 addire, und das Aggregat ferner mit der Helffte und dem vierdten Theile derer verspielten Thaler multiplicire, kommet gleich 1664 heraus. Ist die Frage: Wieviel er verspielet? Antwort: 8 thlr.

Elaboratio.

1 R.
1 R.

---

1 z
3

---

3 z † 16
$\frac{1}{2}$ R.

---

3 c. † 16 R.

2 2
$\frac{1}{4}$ R.

$\frac{3}{8}$ zz † $\frac{16}{8}$ z = 1664
3 16 64 mal

---

ist
24 zz † 128 z = 106496 ÷ 128 z

---

8) 3 zz = 13312 ÷ 16 z
3 8
39936 8
64 64
40000

40000 | 200
4 | 8 subtr.

192

---

3) 64 hieraus R. □ extrah.

---

8 thlr.

Proba-

Probatio.

8 thlr.
8

---

64 Quadratum
3

---

192 Triplum
16 add.

---

208 Aggregat
4 mit der Helffte des Geldes mult.

832
2 mit dem 4ten Theil des Geld. mult.

Summa 1664 welches zu beweisen war.

11) Item, einer kaufft drey Ringe, giebt vor den ersten 5 thlr. weniger als vor den andern, und vor den dritten $\frac{3}{5}$ mal mehr als vor den andern, vor alle dreye aber zusammen 34 thlr. Ist die Frage: Was ieder Ring besonders gekostet habe? Antwort? Der erste 10 thlr, der andere 15 thlr, der dritte 9 thlr.

Elaboratio.

$$
\begin{array}{llcl}
 & 1x & & \\
 & 1x \dagger 5 & & \\
 & \frac{3}{5}x \dagger 3 & & \\
\hline
 & 2\frac{3}{5} \;\; \dagger 8 & = & 34 \\
 & & & \div 8 \\
\hline
 & 13 & & 26 \\
\hline
 & 1 & & 5 \\
 & & & \overline{130}
\end{array}
$$

10 thlr. der erste
15 thlr. der andere
$\frac{3}{5}$ aus 15 ist 9 thlr. der dritte

Summa 34 thlr.

Decl. 1) Schreibet, der erste Ring habe gekostet 1 x. 2) Und weil derselbe um 5 thlr. weniger gekostet als der andere, als folget, daß man dem andern die 5 thlr. zusetzen, und schreiben müsse 1 x † 5. 3) Weil der dritte $\frac{3}{5}$ mal mehr gekostet als der andere, so müßt ihr des andern † 5 mit dem Zehler 3 multipliciren, kommt 15, und das Product mit dem Nenner abdividiren, kommt zum Quotiente 3, und da müßt ihr schreiben $\frac{3}{5}$ x † 3, u. s. w. wie die Elaboration ausweiset. Dieses Problema kan auch nach der Regel Falsi folgender Massen aufgelöset werden:

1) Vermittelst gleicher Zeichen.

Die beliebte Zahl	15	beliebte Zahl	20
	20		25
$\frac{3}{5}$ aus 20 ist	12		15
	47		60
sollen	34 seyn		34 subtr.
Zuviel	13.	Zuviel	26.

15 † 13 | 13 Divisor
20 † 26 |

390
260

130

Div. 13) 10 thlr. der erste Ring.

2) Ver=

2) Vermittelst ungleicher Zeichen.

Die beliebte Zahl	5	beliebte Zahl	15
	10		20
$\frac{3}{5}$ aus 10 ist	6	$\frac{3}{5}$ aus 20 ist	12
	21		47
sollen seyn	34		34 subtr.
Zu wenig	13	Zu viel	13.

5	∸	13	26 Div.
15	+	13	

195		
65	260	10 thlr. der 1ste
	266	15 thlr. der 2te
260	2	9 thlr. der 3te

Summa 34 thlr.

12) Item, einer verwechselt etliche Ducaten, bekommt vor ieden $1\frac{1}{2}$ mal so viel Groschen, als Ducaten in allen seyn. Wenn er nun die Zahl aller Groschen, so er vor die Ducaten bekommt, mit der Zahl der Ducaten multiplicire, kommt 3429 thlr. 12 gl. Ist die Frage: Wieviel es Ducaten gewesen? Antw. 38 Ducaten.

Elaboratio.

1) Setzet, der Ducaten wären 1 R, so bekommt er vor ieden Ducaten $1\frac{1}{2}$ R. Groschen.

2) Rechnet hierauf nach der Regel Detri also;

1 Ducaten giebt $1\frac{1}{2}$ R. Groschen, was 1 R. Ducat.

kommen $1\frac{1}{2}$ Zens. (1 R. mult.
die mit 1 R. Ducaten multipl.

thut $1\frac{1}{2}$ Cub. = 3429 thlr. 12 gl.
24

13718
6859

$1\frac{1}{2}$ C. = 82308 gl.
2

3 | 164616

3) 1 C. 54872 Cubic-Zahl.

3) Hieraus extrahiret Radicem cubicam folgender Massen:

```
          2 7
            .         .
          5 4 8 7 2 | 38 Ducaten
          2 7 |
8 ——————    2 7
64 ——————————— 9
———————————————
          2 1 6
            5 7 6
Cubus         5 1 2
———————————————
          2 7 8 7 2
```

Proba-

Probatio.

38 Ducaten
1 $\frac{1}{2}$ multipl.

38
19

57 gl.
38

456
171

kommen 2166 gl. vor die 38 Ducaten
38

17328
6498

82308 Groschen

4) 20577

6) 3429 thlr. 12 gl.

13) Item, einer ist seinem Creditori 200 thlr. schuldig, macht sich verbindlich, ihme diese Schuld in vier Terminen zu bezahlen, nemlich den andern Termin dreymal so viel als den ersten; den dritten dreymal so viel als den andern, und den vierdten dreymal so viel als den dritten. Wird gefraget: Wieviel der Debitor ieden Termin zu

 bezah-

bezahlen habe? Antwort: Den ersten 5, den andern 15, den dritten 45, und den vierdten 135 Thaler.

Elaboratio.

Setzet, er gebe den ersten Term.	x
so giebt er den andern Term.	$3x$
den dritten Term.	$9x$
und den vierdten Term.	$27x$

$$40x = 200$$

Div. 4) $1x = 5$ thlr.

Woraus zu ersehen, daß er den ersten Termin muß zahlen 5 thlr, folglich den andern Termin 15 thlr, denn dreymal 5 ist 15; den dritten 45 thlr, denn dreymal 15 ist 45; den vierdten 135, denn dreymal 45 ist 135.

Probatio.

Den ersten Termin	5 thlr.
andern = =	15
dritten = =	45
vierdten = =	135

Summa 200 thlr.

Nach

Nach der Falsi-Rechnung.

1) Vermittelst gleicher Zeichen.

Beliebte Zahl 6	Beliebte Zahl 8
dreymal so viel 18	dreymal so viel 24
dreymal so viel 54	dreymal 24 ist 72
dreymal so viel 162	dreymal 72 ist 216
240	320
200 sub.	200 sub.
Zu viel 40	Zu viel 120

6 † 40 | 8⌀ Div.
8 † 120 |

720
320

40⌀

8) 5 thlr. den ersten Termin.

2) Vermittelst ungleicher Zeichen.

Beliebte Zahl 4	Beliebte Zahl 6
12	18
36	54
108	162
160	240
200	200
Zu wenig 40	Zu viel 40

$$\begin{array}{r|l} 4 \div 40 & \\ 6 \dagger 40 & 8\emptyset\ \text{Div.} \end{array}$$

160
240

40∅

8) 5 thlr. den ersten.

14) Item, ein Tuchhändler kaufft ein Stück Tuch, hält 32 Ellen, um 48 thlr; Hingegen ein anderer kaufft ein Stück Seiden-Zeug, hält 48 Ellen, kostet 80 thlr. Ist die Frage: Wieviel seidene Waare vor 20 Ellen Tuch zu tauschen sey? Antwort: 18 Ellen.

Elaboratio.

Setzet, x Ellen Seiden-Waare kommen nach dieser Proportion 20 Ellen Tuch zu geben, dahero ist nach der Regel Detri vorhero also zu rechnen:

32 Ell.

32 Ell. kosten 48 thlr. was 20 Ellen?

4	240	5
8		
	30 thlr.	

Ferner:

48 Ell. Zeug vor 80 thlr. was 1x Ellen?

8	10	
6		
	1 $\frac{2}{3}$ thlr. =	30 thlr.
		3
	5	90
	5) 1x =	18

kommt 1x = 18, und so viel Ellen seidene Waare müssen vor 20 Ellen Tuch gegeben werden.

Probatio.

Dieses Problema zu probiren, muß vorhero ausgerechnet werden, wieviel die Elle Tuch kostet, und sodann auch, wieviel die Elle Seiden-Zeug zu stehen kommt; nemlich, wenn 32 Ellen Tuch 48 thlr. zu stehen kommen, so gilt die Elle 1 $\frac{1}{2}$ thlr, und weil 48 Ellen Seiden-Zeug 80 thlr. kosten, so kommt die Elle 1 $\frac{2}{3}$ thlr. zu stehen. Nachdem euch nun der Preiß einer ieden Ellen, sowol des Tuches, als auch des Zeuges bekannt, als rechnet hierauf und sprecht:

1 Elle Tuch kostet $1\frac{1}{2}$ thlr, was 20 Ellen?
10

Antw. 30 thlr.

Ferner:

1 Elle Zeug pro $1\frac{2}{3}$ thlr. was 18 Ellen?
6
6

Antw. 30 thlr.

Und weil sowol die 20 Ellen Tuch, als auch die 18 Ellen Zeug, vermittelst ihres angesetzten Preisses, einerley facit bringen, nemlich 30 thlr, als darff man an der richtigen Auflösung dieses Problematis nicht dubitiren.

15) Item, ein Schulmann hat viererley Scholaren, 1 Adelichen Sohn, 1 eines Gelehrten Sohn, 1 eines Kauffmanns Sohn, 1 eines Künstlers Sohn, denen 4 Scholaren hält er ein Collegium Arithmeticum, der Adeliche zahlet wöchentlich 12 gl, des Gelehrten Sohn 8 gl, des Kauffmanns Sohn 6 gl, und des Künstlers Sohn 4 gl. Als nun das Collegium zu Ende, werden ihme dafür von seinen vier Scholaren 30 thlr. gezahlet. Wird demnach gefraget, wieviel Wochen das Collegium ist gehalten worden? Antwort: 24 Wochen.

Elaboratio.

1 Woche	12 gl.	was x?	Antw.	12x.
	8 gl.	was x?	Antw.	8x.
	6 gl.	was x?	Antw.	6x.
	4 gl.	was x?	Antw.	4x.

3~~0~~x = 30 thlr.

3) 1   24

72~~0~~ gl.

24 Wochen.

Probatio.

24 Wochen à 12 gl. thut 12 thlr.
24 Wochen à 8 gl. thut 8 thlr.
24 Wochen à 6 gl. thut 6 thlr.
24 Wochen à 4 gl. thut 4 thlr.

Summa 30 thlr.

Oder nach der Falsi-Rechnung.

1) Vermittelst gleicher Zeichen, wie folget:

Beliebte Zahl 16 W. à 12 gl. thut 192 gl.
16 W. à 8 gl. thut 128 gl.
16 W. à 6 gl. thut 96 gl.
16 W. à 4 gl. thut 64 gl.

480 gl. das sind 20 thlr.

Und sollen 720 gl. seyn, das sind 30 thlr. und also ist zu wenig um 240 gl, das sind 10 thlr. Hierauf

auf nehmet eine andere beliebte Zahl, nemlich 20, und procediret gleicher Massen mit derselben, wie folget:

20 Wochen à 12 gl. thut 240 gl.
20 Wochen à 8 gl. thut 160
20 Wochen à 6 gl. thut 120
20 Wochen à 4 gl. thut 80

600 gl.

das sind 25 thlr.

Und sollen 30 thlr. seyn, fehlen demnach 5 thlr. Hierauf rechnet bekannter Massen:

16 W. ÷ 10 thlr. | 5 Div.
20 W. ÷ 5 thlr. |

200
.80

120

5) 24 thlr.

16) Item, ein Advocate wird genöthiget, 144 Bogen Acten abcopiren zu lassen, erfordert darzu drey Schreiber, unter welchen aber einer fertiger schreibet als der andere. Der erste sagt, er wolle allein damit fertig werden in 12 Wochen; der andere in 8, und der dritte in 6 Wochen. Nun ist die Frage: Wenn alle dreye zugleich daran copiren, und schreiben, in wieviel Zeit sie nach der Propor-

Proportion ihrer Geschwindigkeit damit fertig werden können, und wieviel ein ieder Bogen abschreiben müsse? Antwort: Sie werden fertig in $2\frac{2}{3}$ Wochen, und muß der erste abschreiben 32, der andere 48, und der dritte 64 Bogen.

Elaboratio.

Wochen.

12 aus	144 Bogen geben		12x
8	144	✓ ✓ ✓	18x
6	144	✓ ✓ ✓	24x

Summa 54x = 144 Bogen

6) 9x = 24

9) 1x = $2\frac{2}{3}$ W.

Ferner rechnet:

$2\frac{2}{3}$ W. à 12 B. thut 32 Bogen der erste
$2\frac{2}{3}$ W. à 18 B. thut 48 Bogen der andere
$2\frac{2}{3}$ W. à 24 B. thut 64 Bogen der dritte

Summa 144 Bogen.

17) Item, einer kauffet Saffran vor 720 thlr, wenn er 12 ℔ mehr gewogen hätte, so wäre ihm das ℔ nur um 10 thlr. ankommen. Ist die Frage: Wieviel ℔ er gewogen, und wie theuer ein ℔ eingekaufft worden. Antwort: 60 ℔ hat er gewogen, und kommt das ℔ um 12 thlr.

Elabo-

Elaboratio.

1) Setzet, er habe gewogen x ℔, und procediret nach der Regel Detri also:

1 ℔ = = 10 thlr. = = = x ℔ † 12?

Antw. 10x † 120 thlr.

Die Antwort zeiget euch die Æquation, nemlich:

$$10x + 120 = 720$$
$$\div 120$$

$$10x = 600$$

$$10)\ 1x = 60 ℔.$$

2) Rechnet hierauf ferner nach der Regel Detri, und sagt:

60 ℔ Saffran kosten 720 thlr, was 1 ℔?

6) 1 Antw. 12 thlr.

Probatio.

Nachdem in der Aufgabe stehet: Wenn der Saffran 12 ℔ mehr gewogen hätte, so wäre das ℔ um 10 thlr. kommen, addiret demnach zu den per Algebram gefundenen 60 ℔ die 12 ℔ mehr, kommen 72 ℔, hierauf rechnet ferner, und sprecht:

72 ℔ kosten 720 thlr. was 1 ℔?

1 ℔ kommt 10 thlr.

Wie-

Wiewol man auch dieses Problema ohne die Algebra folgender Massen solviren kan:

10 thlr. geben 1 ℔, was 720 thlr.

1 kommen 72 ℔

12 ℔ mehr subtr.

Antw. 60 ℔.

18) Item, ein Handelsmann kaufft den Centner Waare um 10 thlr, wie soll er ihn wieder hingeben, daß er an 100 thlrn. eben so viel gewinne, als er den Centner bekommt? Antw. 11 thlr.

Elaboratio.

1) Setzet, er verkaufft den Centner vor x thlr, so muß demnach sein Gewinn neben den 100 thlrn. seyn 100 † x. Hierauf rechnet ferner:

Vor 10 thlr. bekomt man 1 C. was vor 100 thlr?

1 Antw. 10 Cent.

2) Rechnet weiter, und saget:

1 C. kostet x thlr, was 10 Centner?

Antw. 10 x.

3) Setzet oder bringet es in die Æquation folgender Massen:

$$10x = 100 \dagger x.$$

4) Verwechselt das † x in ÷ x, und subtrahirets von beyden Seiten, wie zu sehen:

$$10x = 100 + x$$
$$\div x \quad \div x$$
$$9x = 99x$$
$$9)\ 1x = 11x$$ oder Thaler.

Probatio.

Dieses Problema kan nicht accurater probiret werden, als wenn man eine gewisse Summe derer Centner beniemet, wieviel Centner nemlich der Handelsmann à 10 thlr. an sich gekaufft; z. E. Er habe 50 Centner à 10 thlr. gekaufft, die betragen 500 thlr, und weil er an iedem hundert Thaler so viel profitiren will, als ihn der Centner gekostet, nemlich 10 thlr, als rechnet nach der Regel Detri also:

1⌀⌀ thlr. sollen 10 thlr. Prof. geben, was 5⌀⌀ thlr.

5

Antw. 50 thlr. Gewinn.

Diese producirte 50 thlr. addiret zum Pretio derer 500 thlr, nemlich so viel, als ihm die 50 Centner gekostet haben, kommen 550 thlr. Endlich rechnet folgender Massen:

5⌀ C. Waare kosten 55⌀ thlr, was 1 Cent.

1 Antw. 11 thlr.

19) Einer hat 12 Stück Tuch gekaufft vor 185 fl. Zwey dieser Stücken sind weiß, dreye schwartz, und sieben blau, kostet ein Stück schwartz Tuch

Tuch 2 fl. mehr, als ein Stück weiß Tuch; und ein Stück blau Tuch kostet 3 fl. mehr als ein Stück schwartzes. Ist die Frage: Was ein Stück von ieder Sorte gekostet habe? Antwort: 1 Stück weisses hat gekostet 12 fl. 1 Stück schwartzes 14 fl. und 1 Stück blaues 17 fl.

Elaboratio.

1) Setzet: 1 Stück des weissen habe gekostet x fl. so wird 1 Stück des schwartzen kosten x † 2 fl. und 1 Stück des blauen x † 5 fl.

2) Rechnet hierauf wie folget:

1 St. weisses à x fl. was 2 St. Antw. 2 x
1 St. schwartzes à x † 2, was 3 St. Antw. 3 x † 6
1 St. blaues à x † 5, was 7 St. Antw. 7 x † 35

Thut 12 † 41

3) Bringets in die Æquation folgender Massen:

$$12x + 41 = 185$$
$$\div 41$$

$$12x = 144$$

$$6)\ 2x = 24$$

$$2)\ 1x = 12 \text{ fl.}$$

Aus welcher Æquation zu ersehen, wie daß 1 Stück weisses Tuches gekostet habe 12 fl, und weil das schwartze 2 fl. mehr gekostet, so kommen 14 fl. vor das schwartze; Ingleichen, weil das blaue 5 fl. mehr gekostet, als das schwartze, so kommen vor das blaue 17 fl.

Probatio.

2 St. weisses à 12 fl. thut 24 fl.
3 St. schwartz à 14 fl. thut 42
7 St. blaues à 17 fl. thut 119

Summa 185 fl.

20) Item, ihrer dreye kauffen ein Haus vor 1000 fl. Daran soll der erste 12 mal so viel bezahlen als der dritte weniger 10 fl. Der andere soll 5 mal so viel bezahlen als der dritte, und noch darüber 2 fl. Ist nun die Frage: Wieviel ein ieder an diesen 1000 fl. bezahlen müsse? Antw. Der erste muß bezahlen 662 fl. der andere 282 fl. und der dritte 56 fl.

Elaboratio.

Der dritte giebt	x fl.		
Der andere	5 x † 2 fl.		
Der erste	12 x ÷ 10		
Summa	18 x ÷ 8	=	1000 fl.
			† 8
	18 x	=	1008
	3) 6 x		336
	6) 1 x		56 fl.

Decl. 1) Setzet, der dritte gebe x fl. so muß der andere zahlen 5 x † 2 fl. und der erste 12 x ÷ 10 fl. 2) Addiret dieses, kommen 18 x ÷ 8. welche Summa ist gleich 1000 fl. 3) Verwandelt das

das Minus-Zeichen in Plus, und addiret es zu 1000 fl. thut 1008 fl. und solchergestalt zeiget sich die Æquatio, $18x = 1008$. 4) Abbreviret dieselbe, so erscheinet, daß der dritte zahlen muß 56 fl. und der andere 282 fl. denn 5 mal 56 fl. ist 280, und die 2 fl. darüber, macht 282 fl. hingegen muß der erste zahlen 662 fl. denn 12 mal 56 fl. ist 672 fl. hiervon 10 fl. abgezogen, kommen 662 fl.

Probatio.

Der erste 662 fl.
Der andere 282
Der dritte 56

Summa 1000 fl.

21)

Ein angenehmer Freund will vom Rectore wissen,
Wie starck sein Musen-Volck sich ietzo schreiben kan?
Er sagt, sie können es aus diesen Worten schliessen:
Es ist der halbe Theil der Bibel zugethan.
Der fünffte Theil der liebt und auch mit Lust studiret
Jurisprudentiam. Und funffzehn werden ihr'r
In Mathematicis gar fleißig instruiret.
So zahlreich ist, mein Herr, das Musen-Volck allhier.

Elaboratio.

X	10
$\frac{x}{2}$	5
$\frac{x}{5}$	2

$$\frac{7x}{10} \dagger 15 = x$$

$$10 \qquad 10 \qquad 10$$

$$7x \dagger 150 = 10$$

$$7x \qquad\qquad 7x$$

$$150 = 3x$$

$$3) \quad 50 = x$$

Decl. 1) Setzet, der Rector habe x Studentes. 2) Vor die Helffte setzet $\frac{x}{2}$, und vor den fünfften Theil schreibet $\frac{x}{5}$. 3) Addiret die Brüche gewöhnlicher Massen, so kommt $\frac{7x}{10}$. 4) Vor die, so Mathesin studiren, setzet † 15, und also ist die erste Æquatio $\frac{7x}{10} \dagger 15 = x$. 5) Richtet den Bruch ein, das ist, setzet den Zähler 7x ab, und mit dem Nenner 10 vermehret sowol x, als auch † 15, kommt die andere Æquation, nemlich: $7x \dagger 150 = 10x$. 6) Subtrahiret nach dem andern

dern Axiomate, welches bey der Reduction æquationum zu finden, 7x von beyden Seiten, so findet sich die dritte Æquation: $150 = 3x$. 7) Dividiret hierauf 150 per 3, so giebt der Quotus die Anzahl derer Musen-Söhne, nemlich 50, als 25 so Theologiam, 10 so Jurisprudentiam, und 15 so Mathesin studiren.

Probatio.

	50
Die Helffte	25
Der fünffte Theil	10
	15 darzu
	50 Studentes.

22) Item, ein Professor Matheseos hat eine Anzahl Auditores. Wenn ihm ieder Auditor 4 thlr. contribuiret, so kan er seine eingehandelte Instrumenta Mathematica bis auf 20 thlr. die ihm noch mangeln, bezahlen. Wenn ihm aber ein ieder Auditor 5 thlr. darzu spendiret, so kan er nicht allein solche eingehandelte Instrumenta völlig bezahlen, sondern er behält noch Uberschuß 30 thlr. Ist demnach die Frage: Wie viel er Auditores gehabt, als auch was die Instrumenta gekostet haben? Antw. 50 Auditores, und die Instrumenta haben 220 thlr. gekostet.

Elaboratio.

1 Aud. 4 thlr. was x Aud. Antw. $4x + 20$ thlr.
1 Aud. 5 thlr. was x Aud. Antw. $5x \div 30$ thlr.

Ferner:

$$\begin{array}{rcl} 4x \dagger 20 & = & 5x \div 30 \\ \dagger 30 & & \dagger 30 \text{ add.} \\ \hline 4x \dagger 50 & = & 5x \\ 4x & & 4x \text{ sub.} \\ \hline 50 & = & x \end{array}$$

Decl. 1) Weil die Instrumenta $5x$ gekostet, und noch 30 thlr. darüber, als subtrahiret dieselben, und schreibet $\div 30$ thlr. als auch, weiln oben 20 thlr. mangeln, ehe und bevor er die Instrumenta bezahlen konte, so addiret 20, und schreibet $\dagger 20$ thlr, als erfolget diese Æquation: $4x \dagger 20 = 5x \div 30$. 2) Addiret nach dem ersten Axiomate zu beyden Seiten ein gleiches, nemlich $\dagger 30$, so kommt die andere Æquation: $4x \dagger 50 = 5$. (Ihr möchtet aber hier einwenden, $\div 30$ und $\dagger 30$ ist ja nicht addiret, sondern subtrahiret? Antw. Mein Freund! gehet zurücke, und leset den vierten Unterscheid der Addition, daselbst werdet ihr diese Regel antreffen: **Wenn gleiche Buchstaben ungleiche Signa mit sich führen, und von einer Grösse sind, so werden sie mit einander aufgehoben, und solcher Gestalt, die Addition in die Subtraction verwandelt.**) Und nachdem diese andere Æquation noch nicht dergestalt verglichen und abbreviret ist, daß ihre Grösse sich nur einmal fistire, als müsset ihr nach dem andern Axiomate von beyden Seiten ein gleiches abziehen, nemlich

nemlich 4x, so zeiget der Rest, wie daß 50 dem oben gesetzten x gleich sind, welche 50 Auditores angeben.

Probatio.

Wird folgender Massen gemacht:

1 Aud. giebt 4 thlr. was 50 Aud.
4
___
200
20 darzu
___
220 thlr.

1 Aud. giebt 5 thlr. was 50 Aud.
5
___
250
30 abgezogen
___
220 thlr.

Weil nun diese beyde Producta einander gleich, als ist daraus zu schliessen, daß die Instrumenta Mathematica vor 220 thlr. sind behandelt worden.

23) Ein grosser Wohlthäter der Schulen, hat die Præceptores bey einem Gymnasio, derer an der Zahl 8, in seinem Testamente mit 1000 thlr. bedacht, und zwar dergestalt, dieweil die Præceptores von untersten an bis auf den Con-Rect. sehr schlecht salariret sind, als soll zu ihrem Soulagement und Aufmunterung ihres Fleisses, vom Rectore an bis zum untersten, ein iedwe-

der 10 thlr. mehr haben, als der ihm vorgehet. Wird nun gefraget: Wie viel ein ieder Præceptor von diesem Legato Krafft des Testatoris haben soll? Antw. Der Rect. 90, der Con-Rect. 100, der Sub-Con-Rect. 110, der Quartus 120, der Quintus 130, der Sextus 140, der Septimus 150, und der Octavus 160 thlr.

Elaboratio.

Setzet dem Rect.	x			
dem Con-Rect.	x	† 10		
dem Sub-Con-Rect.	x	† 20		
dem Quarto ⸗ ⸗	x	† 30		
Quinto ⸗ ⸗	x	† 40		
Sexto ⸗ ⸗	x	† 50		
Septimo ⸗ ⸗	x	† 60		
Octavo ⸗ ⸗	x	† 70		
	8x	† 280	=	1000
				÷ 280
	8x		=	720
8)	x		=	90 thlr. R.

Probatio.

Der Rector	erhält	90 thlr.
Con-Rect.	⸗ ⸗ ⸗	100
Sub-Con-R.	⸗ ⸗ ⸗	110
Coll. Quartus	⸗ ⸗ ⸗	120
Quintus	⸗ ⸗ ⸗	130
Sextus	⸗ ⸗ ⸗	140
Septimus	⸗ ⸗ ⸗	150
Octavus	⸗ ⸗ ⸗	160
	Summa	1000 thlr.

24) Ein

24) Ein Seiden-Krämer hat ein Stück halbseiden Zeug. Wenn er dessen die Helffte, dessen $\frac{2}{3}$ Theil, und dessen $\frac{3}{4}$ Theil mit einander multipliciret, so ist das Product 11664. Ellen. Wird gefraget: Wie viel Ellen dasselbe gehalten? Antw. 36. Ellen.

Elaboratio.

$\frac{1}{2}x\ \frac{2}{3}x\ \frac{3}{4}x$ kommen $\frac{6x^3}{24}$ | $\frac{1x^3}{4} = 11664$

4 Nenner

$x^3 = 46656$ C. Zahl

$x = 36$ Ellen.

1 9
4 6 6 5 6 | 36 R.
2 7
6 — 2 7
3 6 — 9
1 6 2
3 2 4
Cub. 2 1 6
1 9 6 5 6.

Wenn man obige dreyerley Brüche in einander multipliciret, so giebt mir das Product eine cubische Zahl, welche durch x^3, oder xxx notiret wird.

25) Item, Pythagoras, als er wegen der Anzahl seiner Scholaren gefraget wurde, gab zur Antwort: Der helffte Theil studiret die Mathematique; der vierte Theil Physicam; der siebende

Theil lernet Stillschweigen, und über dieses habe ich noch 3 gar kleine Scholaren. Wird gefragt: Wie viel derselbe Scholaren gehabt? Antw. 28.

Elaboratio.

	56
$\frac{1}{2}x$	28
$\frac{1}{4}$	14
$\frac{1}{7} + 3$	8

$$\frac{50x}{56} + 3 = x$$

$$56 \quad 56 \quad 56$$

$$50x + 168 = 56x$$

$$50x \qquad\qquad 50x$$

$$168 = 6x$$

$$6)\quad 28 = x.$$

Oder:

	28
$1x$	14
$\frac{1}{4}x$	7
$\frac{1}{7}x + 3$	4

$$\frac{25}{28}x + 3 = x$$

$$28 \quad 28 \quad 28$$

$$25x \quad 84 = 28x$$

$$25x \qquad\quad 25x$$

$$84 = 3x$$

$$3)\ 28 = x$$

Oder nach der Falsi.

Elaboratio.

Die beliebte Zahl		Beliebte Zahl
	42	14
$\frac{1}{2}$	21	7
$\frac{1}{4}$	$10\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$\frac{1}{7}$	6	2
	3	3
	$40\frac{1}{2}$ ÷ $1\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$ † $1\frac{1}{2}$

42	÷	$1\frac{1}{2}$	3
14	†	$1\frac{1}{2}$	

63
21

84

3) 28 Scholaren.

Oder:

	56	84
$\frac{1}{2}$	28	42
$\frac{1}{4}$	14	21
$\frac{1}{7}$	8	12
	3	3
	53 ÷ 3	78 ÷ 6

$$\begin{array}{c} 56 \div 3 \\ \times \\ 84 \div 6 \end{array} \Big| \; 3 \text{ Div.}$$

$$\begin{array}{r} 336 \\ 252 \\ \hline 84 \\ \hline \end{array}$$

3) 28 Sch.

26) Item, über einen schönen Spring-Brunnen stehet auf einer Säule ein Löwe, mit folgender Uberschrifft:

Ich bin aus Ertzt gemacht,
Daß ich dem Wasser muß
Hier lassen seinen Fluß
Durch meiner Glieder-Pracht:

Wenn von sich nur allein
Mein weiter Rachen speyt,
Kan in sechs Stunden Zeit
Der Brunn voll Wasser seyn.

Zwey Tage darfs genau,
Wenn mein recht Auge rinnt,
Zum Lincken dreye sind.
Und wenn die rechte Klau

Ausfleust vier Tage, füllt
Sie diesen Brunnen voll,
Fragt sich, was Zeit seyn soll
So alles vieres qvillt?

Ant-

Antwort: Vier Stunden Zeit
Und vier und viertzig, ein
Und sechzig Theil muß seyn,
Zum Facit hier bereit.

vide Tobiæ Beutelii Arith. p. 301.

Es ist des Ptolomæi sein Rätzel, welches anzutreffen in seinem Libr. Epigram. und deutlicher folgender Massen zu verstehen ist: Ich bin ein Löw von Ertz gemacht; Die Röhren, wodurch ich Wasser in einen Wasser-Kasten von mir gebe, sind meine zwey Augen, der Rachen und die Höhle der rechten Tatzen. Der Wasser-Kasten wird vom rechten Auge in zwey Tagen voll, von dem lincken aber in dreyen, und von der hohlen Tatzen in vier Tagen. Der Rachen aber macht selbigen in 6 Stunden voll. Fragt sich demnach, wenn diese Röhren alle zugleich lauffen, wie bald der Wasser-Kasten voll werde?

Antwort: $4\frac{44}{61}$ Stunden, welcher Bruch beynahe $\frac{3}{4}$ Stunden ausmacht.

Elaboratio.

	288		
$\frac{1}{8}$ x	48	(44	
$\frac{1}{48}$	6	288	$4\frac{44}{61}$ St.
$\frac{1}{72}$	4	61	
$\frac{1}{96}$	3		

61 = 288

Decl.

Decl. 1) Setzet vor die 6 Stunden $\frac{1}{6}$, vor die zwey Tage $\frac{1}{48}$, weil Tag und Nacht 24 Stunden haben, und also 2 Tage $\frac{1}{48}$ Theil; vor die 3 Tage schreibet $\frac{1}{72}$, und vor die 4 Tage $\frac{1}{96}$. 2) Addiret solche Brüche nach der andern Regel der Addition, nemlich ergreiffet den grösten Nenner, nemlich 96, und weil darinnen der Nenner 72, ohne Rest nicht will aufgehen, als multipliciret solche beyde Nenner zusammen, kommt zum General-Nenner 288, darinnen dividiret erstlich mit 6, kommen 48, zum andern mit 48, kommt 6, zum dritten mit 72, kommt 4, und zum vierten mit 96, kommt 3. 3) Procediret ferner, wie die Elaboration ausweiset.

Oder:

1) Bringet alles unter einen Nahmen, das ist, machet sowol die zwey, als auch die drey und vier Tage zu Stunden. 2) Multipliciret die Stunden alle in einander, kommen 1990656 Stunden, wie folgende Elaboration ausweiset:

¼ Tag	2 Tage	3 Tage	4 Tage
sind	sind	sind	sind
6 Stunden	48 St.	72 St.	96 St.

```
      48
       6
   ------
     288
      72
   ------
     576
    2016
   ------
   20736
      96
   ------
  124416
 186624
 -------
 1990656 Stunden.
```

3) Theilet solche Stunden durch die Zeit, so einem jeden Gliede zu Füllung des Brunnens gegeben worden, als erstlich durch 6 Stunden, wie folget:

```
 11443   |
1990656  | 331776
 666666  |
```

Zum

Zum andern durch 48 Stunden, das sind zwey Tage, stehet also:

23	
3661	
37749	
1990656	41472
488888	
4444	

Zum dritten durch 72 Stunden, das sind drey Tage, stehet also:

43	
6461	
55647	
1990656	27648
722222	
7777	

Zum vierdten durch 96 Stunden, das sind vier Tage, stehet also:

5	
373	
17747	
1990656	20736
966666	
9999	

4.) Addiret die gebrachten vier Quotientes, nemlich:

	331776
	41472
	27648
	20736
kommt	421632

5) Diese Summa ist nun euer Divisor, damit dividiret in die 1990656 Stunden, so bekommet ihr das verlangte Facit, nemlich $4\frac{44}{61}$ St. Stehet also:

```
   0)4)(1(2
  3)1 6 2 3(8
  1 9 9 0 6 5 6 | 4 Stunden.
  4 2 1 6 3 2
```

8	8	4	9	3	
$\frac{304128}{421632}$	$\frac{38016}{52704}$	$\frac{4752}{6588}$	$\frac{1188}{1647}$	$\frac{132}{183}$	$\frac{44}{61}$ Theil.

27) Item, ein Vogelsteller fieng 2 Vögel, er sahe aber noch unterschiedliche andere, wünschte derohalben, daß er deren noch einmal so viel, und noch gedoppelt so viel möchte haben, damit sie mit seinen zwey Gefangenen 100 ausmachten. Nun ist die Frage: Wieviel Vögel dann zugegen gewesen sind? Antw. 14 Vögel.

Elaboratio.

$$\begin{array}{l} 1x \\ 2x \\ 4x \\ \hline 7x + 2 = 100 \\ \quad\quad\quad : \;.2 \\ \hline \quad\quad\quad 98 \\ \hline 7)\; 14 \text{ Vögel.} \end{array}$$

Proba-

Probatio.

14
28 noch einmal
56 gedoppelt so viel
2 darzu

100.

Decl. Verwechselt das Plus-Zeichen, nemlich †2, in ein Minus-Zeichen, nach der oben gegebenen Regel, und subtrahirets von 100, bleibt Rest 98, dieser wird durch den fördern Satz abgetheilet, kommen zur Antwort: 14 Vögel.

Oder nach der einfachen Falsi.

16 die beliebte Zahl,
32 noch so viel,
64 gedopppelt so viel,

112 geben 16 was 100

8)	14	2	. 2 Vögel abgez.
2)	7	1	98
7)	1		14 Vögel.

28) Item, einer wirbt um eines reichen Mannes Tochter, bekommt diese Antwort: Meine Tochter ist noch sehr jung; denn wenn sie noch so alt $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ so alt weniger 3 Jahr alt wäre, so käme deren Alter allererst auf 30 Jahr. Wird gefragt: wie alt das Mägdlein gewesen? Antw. 12 Jahr.

Elaboratio.

$$\begin{array}{l} 1x \\ 1x \\ \frac{1}{2}x \\ \frac{1}{4}x \div 3 \\ \hline 2\frac{3}{4}x \div 3 = 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 11 & \dagger\ 3 \\ & \overline{33} \\ & 4 \text{ der Nenner} \\ & \overline{132} \end{array}$$

132 | 11 → 12 Jahr.

Probatio.

12 Jahr
12 noch so alt
6 ½ so alt
3 ¼ so alt

33
3 ÷ subtr.

30 Jahr.

29) Item, ein Vogelsteller fragt den andern, wie viel er Vögel gefangen hätte? bekommt zur Antwort: Wann ich derselben noch viermal ½, ¼ und ⅛ so viel, auch noch 14 darzu gefangen, so

so hätte ich ihrer gleich 10 $\frac{1}{3}$ Mandel. Wird demnach gefragt, wie viel Mandel Vögel der eine Vogelsteller gefangen? Antw. 24.

Elaboratio.

$1x$ — $10\frac{1}{3}$ Mandel thun 155.

$4\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{8} + 14$

$5\frac{7}{8}x + 14 = 155$

$\div 14$

47 — 141

8

1128

1 2
3 8
1 1 2 8 | 24 Vögel
4 7 7
4

Probatio.

24 Vögel
96 viermal so viel
12 halb so viel
6 vierten Theil so viel
3 den achten Theil so viel
14 darzu

155 Vögel.

 30) Item

30) Item, ein Vater antwortet seinem fragenden Sohn wegen des Alters, also: Wenn ich dein Alter und mein Alter addire, kommen 72 Jahr, und ist zwischen deinem und meinem Alter 36 Jahr der Unterscheid. Wird gefragt: Wie alt der Vater und der Sohn gewesen? Antwort: Der Vater 54, und der Sohn 18 Jahr.

Elaboratio.

Setzet der Sohn sey $1x$ alt
der Vater $1x + 36$

$2x + 36$	$= 72$
	$- 36$
2) $1x$	
	36
	18 Jahr.

Kommen 18 Jahr vor den Sohn, diese von 72 abgezogen, zeiget der Rest 54 Jahr des Vaters Alter.

Probatio.

54 Jahr des Vaters Alter
18 des Sohnes Alter

72 Jahr zusammen.

31) Item, man finde zwey Zahlen, deren Summa sey 62, und die Differenz 14. Wird gefragt, nach der Grösse ieder Zahl? Antwort: Die kleinere ist 24, und die grössere 38.

Elabo-

Elaboratio.

Die kleine Zahl sey x
so ist die grosse x † 14

$$2x \dagger 14 = 62$$
$$\div 14$$
$$2)\ 1x \quad 48$$
$$24$$

Kommt 24, vor die kleinere, diese von der gegebenen Summa 62 abgezogen, bleibt 38 vor die grössere. Wenn man nun 38 und 24 addiret, so bringt das Aggregat 62.

32) Item, einer spricht zu der Gesellschafft: Gehorsamster Diener, aller 37 versammleten werthesten Personen. Deme wird aus der Gesellschafft geantwortet: Dafern unser noch so viel, halb so viel, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ so viel wären, alsdann beliefe sich die Gesellschafft auf 37 Personen. Wird gefragt, nachdem sich die Sache so verhält, aus wie viel Personen eigentlich die Gesellschafft bestanden. Antw. Aus 12 Personen.

Elaboratio.

1x			
1x	12	(1	
$\frac{1}{2}$	6	~~1~~ ~~3~~	1
$\frac{1}{3}$	4	~~1~~ ~~2~~	
$\frac{1}{4}$	3		

$3\frac{1}{12}x = 37$

37	37
	12
	74
	37
	444

~~1~~
~~1~~ ~~7~~
~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ | 12 Personen
~~3~~ ~~7~~ ~~7~~
~~3~~

Probatio.

12 die Anzahl
12 ist noch einmal so viel
6 ist halb so viel
4 ist der dritte Theil aus 12
3 ist der vierdte Theil aus 12

Summa 37 Personen.

33) Item, vier silberne Becher kosten 164 fl. Der erste gilt 2mal so viel als der andere; Der andere 3mal so viel als der dritte; Der dritte 4mal

4mal so viel als der vierdte. Wie theuer ist ieder Becher kommen? Antwort: Der letzte oder vierdte 4 fl. Der dritte 16 fl. Der andere 48 fl. und der erste 96 fl.

Elaboratio.

Setzet der vierdte gilt		1 x
so gilt der dritte	„ „	4 x
der andere	„ „	12 x
der erste	„ „	24 x

$$41 x = 164$$

$$x = 4 \text{ fl.}$$

Aus welcher Elaboration zu ersehen, daß der letzte oder vierdte Becher zu stehen kommt 4 fl. Nachdem euch nun dieses bekannt, als gehet der absteigenden Progression ferner nach, und saget: 4mal 4 ist 16, so kömmt der Preiß des dritten Bechers; Item, 3mal 16 ist 48, so kömmt der Werth des andern Bechers; Item, 2mal 48 ist 96, erscheinet der Preiß des ersten Bechers.

Probatio.

Der vierdte Becher	4 fl.
der dritte Becher	16
der andere Becher	48
der erste Becher	96
Summa	164 fl.

34) Item, es sind drey Mühlen. Die erste mahlet in 3 Stunden 4 Scheffel, die andere in 5 Stunden 8 Scheffel, die dritte in 6 Stunden

9 Scheffel Korn. Dafern nun $66\frac{1}{2}$ Scheffel auf die 3 Mühlen geschüttet werden, und zugleich anfangen zu mahlen, auch zugleich aufhören, wird gefraget: In wie viel Stunden die drey Mühlen solches Korn werden mahlen können? Antw. In 15 Stunden.

Elaboratio.

Stunden	Scheffel	Stunden	Scheffel
3 liefern	4, was	1 x? Antw.	$1\frac{1}{3}x$
5 ⸗ ⸗	8 ⸗ ⸗	1 x? ⸗ ⸗	$1\frac{3}{5}x$
6 ⸗ ⸗	9 ⸗ ⸗	1 x? ⸗ ⸗	$1\frac{1}{2}x$

Hierauf addiret die drey Producta:

	30		
$1\frac{1}{3}x$	10	1	$1\frac{13}{30}$ Theil.
$1\frac{3}{5}$	18	43	
$1\frac{1}{2}$	15	30	

$4\frac{13}{30}x = 66\frac{1}{2}$

133	133
2	30 der. förd. N.
266	3990

133	
3990	15 R. das sind 15 St.
2666	
26	

Will man auch eigentlich wissen, wieviel Scheffel eine iede Mühle nach ihrem Vermögen hat mahlen

mahlen können, als kan man solches vermittelst der Regel Detri folgender Massen erforschen: Die erste Mühle mählet in 3 Stunden 4 Scheffel, wieviel in 15 Stunden? Antw. 20 Scheffel. Stehet also:

3 St. - - - 4 Scheffel - - - 15 St.

4

3) 1   60

Die erste 20 Scheffel.

Ferner:

5 St. - - - 8 Scheffel - - - 15 St.

3

5) 1   3

Die andere 24 Scheffel.

Item:

6 St. - - - 9 Scheffel - - - 15 St.

9

6) 1   135

Die dritte $22\frac{1}{2}$ Scheffel.

Probatio.

Die erste 20 Scheffel
Die andere 24 Scheffel
Die dritte $22\frac{1}{2}$ Scheffel

Summa $66\frac{1}{2}$ Scheffel.

35) Item, ein Haase hat 90 Sprünge voraus, vor einem Hunde, und so offt der Haase thut 12 Sprünge, so offt thut der Hund 15 Sprünge, und springet allewege der Haase so weit als der Hund. Ist demnach die Frage: Wie offt der Hund müsse 15 Sprünge thun, daß er den Haasen erreiche? Antwort: 30mal 15 Sprünge.

Elaboratio.

	mal		Sprünge		mal		Sprünge
Hund	1	= =	15	= =	1x?	thut	15x
Haase	1	= =	12	= =	1x?	thut	12x † 90.

Als bekommt ihr folgende Æquation:

$$15x = 12x + 90$$

Hierauf subtrahiret von diesen beyden Grössen 12x, nach dem andern Axiomate, also lautende: Wenn zwey zahlen oder Grössen einander gleich sind, und man von beyden gleiches abziehet, bleiben die Residua auch einander gleich. Dieses Axioma, ob es gleich schon einmal oben erkläret worden, ist also zu verstehen: Lasset x 30 Sprünge gelten, so betragen 15x, 450 Sprünge, und 12x, 360 Sprünge † 90 Sprünge darzu, kommen gleichfalls 450 Sprünge, und also kan man von beyden Seiten ein gleiches, nemlich 12 abziehen, und die Residua bleiben von gleichem Werthe. Stehet also:

$$15x = 12x + 90$$
$$12 \quad 12$$

$$3x = 90$$

$$3)\ 1x = 30 \text{ Sprünge}$$

Aus welchem producirten Radice zu ersehen, wie daß der Hund 30mal 15, das ist, 450 Sprünge thun müsse, bis er den Haasen erlange.

Probatio.

Der Haase hat voraus 90 Sprünge, hierzu thut er noch 30mal 12, das sind 360 Sprünge, die 90, so er voraus, darzu gethan, kommen auch 450 Sprünge.

36) Item, eine Jungfer gehet spatzieren in ihren Garten, und nimmet daselbst ab eine gewisse Anzahl Citronen, und gehet damit nach Hause, als ihr aber ein Studiosus begegnet, und ihr ein sehr tieffes Compliment machet, giebt sie ihm davon die Helffte derer abgenommenen Citronen, er aber hält es vor eine Unhöflichkeit die gantze Helffte zu behalten, giebt ihr dahero 12 Stück wieder zurück; Sie hat die Ehre im Fortgehen, wieder einem Studioso zu begegnen, der ihr gleichfalls ein Compliment machet, dem giebt sie, wie dem ersten, von denen annoch habenden Citronen die Helffte, dieser hält es gleich wie der erste, vor eine Unhöflichkeit die Helffte zu behalten, giebt ihr derohalben 10 Stück wieder zurück. Indem sie bald zum Stadt-Thor kommen soll, begegnet ihr der dritte Studiosus,

der

der sie auf das submisseste salutiret, dem giebt sie ebenfalls von denen annoch habenden Citronen die Helffte, derselbe recusiret die Helffte zu behalten, dessentwegen giebt er ihr 4 Stück zurück. Wird nun gefraget: Wie viel die Jungfer Citronen abgenommen? Antw. 32.

Elaboratio.

$$1x$$
$$\tfrac{1}{2}x + 12$$
$$\tfrac{1}{4}x + 16$$
$$\tfrac{1}{8}x + 12 = \tfrac{1}{2}x$$

8mal mult. die 8 ist der Nenn.

$$1x + 96 = 4x$$
$$1x \qquad 1x \text{ subtr.}$$

$$96 = 3x$$

$$3) \quad 32 = 1x.$$

Decl. 1) Setzet, die Jungfer habe an Citronen abgenommen 1x. Davon hat sie dem ersten Studenten verehret $\frac{1}{2}x$, derselbe giebt ihr aber 12 Stück wieder zurück, so hat sie behalten $\frac{1}{2}x + 12$. 2) Dem andern hat sie verehret von denen annoch habenden Citronen auch die Helffte, das ist, $\frac{1}{4}x$ und 6, welcher ihr aber 10 Stück zurück gab, als hat sie behalten $\frac{1}{4}x + 16$. 3) Dem dritten hat sie von ihren annoch habenden Citronen, nemlich $\frac{1}{4}x + 16$, gleichfalls gegeben die Helffte, der ihr aber 4 Stück hinwiederum zurücke gab, das sie solchergestalt vor sich behalten

ten habe, $\frac{1}{8}x + 12$, und diese Summa ist dem $\frac{1}{2}x$ gleich. Das übrige zeiget die Elaboration.

Probatio.

32 Citronen

---

2) 16
12 wieder zurück

---

behalten 28

---

2) 14
10 wieder zurück

---

behalten 24

---

2) 12
4 wieder zurück

---

16 das halbe x
2

---

kommen 32 Citronen die sie abgenommen.

37) Item, in einer berühmten Stadt war folgende Schrifft zu lesen:

Pallas war in Gold gegossen,
Darbey diese Uberschrifft:
Das Geld haben dargeschossen
Und zu Ehren mit gestifft;
Dieses Bildnis die Poeten
Darzu hat, so viel vonnöthen,

Halb

Halb Charisius gethan,
Thespis legt ein Achttheil an,
Solon hat ein Zehntheil geben,
Themison ein zwanzig Part,
Neun Talenta hat darneben
Mit dem, was dem Künstler ward,
Aristodicus geleget.
Frag, wie viel es Gold austräget?
Facit an Talenten seyn
Vierzig hier gegossen ein.

Elaboratio.

	160		4
$\frac{1}{2}x$	80	124	31
$\frac{1}{8}x$	20	160	40
$\frac{1}{10}x$	16		
$\frac{1}{20}x$	8		

$\frac{31}{40} \dagger 9 = x.$

$\frac{31}{40}x \dagger 9 = x$
40 40 mult. ist der N.

$31x \dagger 360 = 40x$
$31x$ $31x$ subtr.

$360 = 9x$

9) $40 = 1x.$

38) Item, einer thut eine Reise nach Engeland, verzehret $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ von seinem mitgenommenen Gelde, und befindet bey seiner Anheim-

kunfft

kunfft nur noch 40 thlr. Wird gefragt: Wieviel er Anfangs Geld gehabt? Antwort: 480 thlr.

Elaboratio.

$$1x$$
$$\tfrac{2}{3} \text{ subtr.}$$

$$12$$

$$\left.\begin{array}{c|c} \tfrac{1}{3} & 4 \\ \tfrac{1}{4} & 3 \end{array}\right\} \text{ subtr.}$$

$$\tfrac{1}{12}x = 40 \text{ thlr.}$$
$$12$$

$$1x = 480 \text{ thlr.}$$

39) Item einer bittet den andern um ein tausend Thaler, ihme solche zu leihen, der andere entschuldiget sich, die Cassa vermöchte auf dieses mal nicht so viel, denn wenn er noch so viel, halb so viel, ein Drittheil so viel, und noch 40 thlr. darzu hätte, so brächte er allererst 1000 thlr. zusammen. Wird gefragt: Wieviel er Geld in Cassa gehabt? Antw. 300 thlr.

Elaboratio.

$1x$ | 30
$1x$ |
$\frac{1}{2}x$ | 15
$\frac{1}{3}x$ | 10
$\frac{1}{5}x$ | 6
$\frac{1}{6}x$ | 5

36 | $1\frac{6}{30}$ | $1\frac{1}{5}$ (6)
30 |

$3\frac{1}{5}x + 40 = 1000$
$\div\ 40$

16 | 960
4 | 5 der N.
4 | 4800
1200
300 thlr.

40) Item, ein Müller hat in seiner Mühle drey Gänge, auf dem ersten kan er in 4 Stunden, auf dem andern in 6 Stunden und auf dem dritten in 8 Stunden zwey Scheffel abmahlen. Wenn nun der Müller auf alle drey Gänge die zwey Scheffel schütten und mahlen wolte, wird gefragt: In wie viel Stunden er zugleich dasselbe vollbringen kan? Antwort: In einer Stunden und fast 51 Minuten, das ist, in zwey Stunden weniger 9 Minuten.

Elaboratio.

Stunden

	48
$\frac{1}{4}x$	12
$\frac{1}{6}x$	8
$\frac{1}{8}x$	6

$$26 = 48$$

2) 13	24
1	$1\frac{11}{13}$ Stund.

Oder:

4 Stunden 6 Stunden 8 Stunden

6
48
4
192

3 192 44	48
1 192 66	32
3 192 88	24

104 der Divisor.

```
 (88)
 197 | 1 St.   5280 | 50 10/13 Min.
 104 |         1044 |
   60          10   |
 ----------
 5280                 8
              80  |  10
             ---- | ---- Theil
             104  |  13
```

41) Item, einer bringet sein gantzes Vermögen in einen Anschlag, wenn er dasselbe mit 3 multipliciret, kommt 5mal so viel über 20000. thlr. als zuvor drunter war, wie viel ist sein gantzes Vermögen gewesen? Antwort: 15000. thlr.

Elaboratio.

1) Setzet das Vermögen sey:

1 x
mit 3 mult.

kommen 3 x. davon 20000 subtr.
bleibt Rest:
$3x \div 20000$

2) Subtrahiret auch 1 x von 20000
bleibet Rest:
$20000 \div 1x$
mit 3 multipl.

$60000 \div 3x.$

3) Sind

3) Sind solcher Gestalt:

$$60000 \div 3x = 3x \div 20000$$

$$\text{hierzu add. } 3x \div 60000$$

$$\text{kommen } 6x = 80000$$

$$6)\quad 1x = 15000 \text{ thlr.}$$

Probatio.

1) Multipliciret 15000 als das eigentliche Vermögen mit 3, kommt 45000. ziehet hiervon 20000 ab, so zeiget der Rest den 5maligen Uberschuß seines Vermögens, nemlich 25000. 2) Dividiret diesen Uberschuß durch 5, so erscheinet die Summa, so unter 20000 war, nemlich 5000, solche nun vom Uberschusse abgezogen, kommen 20000 thlr. nemlich die Zahl, vermittelst welcher man sein Vermögen erforschen und ausrechnen müssen.

42) Item, einer hat in seinem Testamente, Kirchen, Schulen und Armen, den zehenden Theil seines Vermögens, und das übrige seinen Bluts-Freunden verordnet, thut das Quadratum solches zehenden Theils 419904. Wird gefragt: Wie hoch ist das gantze Vermögen gewesen? Antw. 6480 thlr.

Elaboratio.

Setzet, das Legatum sey:

1 x daraus der zehende Theil

ist $\frac{1}{10}$ x, quadriret diesen zehenden Theil

kommt $\frac{1}{100}$ xx = 419904

100

1 xx = 41990400

Extrahiret hieraus Radicem quadratam, wie folget:

```
   2
   1 0 7
   8 1 3 6
   .   .   .   .
   4 1 9 9 0 4 0 0 | 6480 thlr.
   3 6 2 (4 8 (8 0 (0
   . 1 1 2
```

43) Item, ein Handelsmann nimmt seines Negotii halber eine Reise über sich, deputirt darzu ein gewisses auf Reise-Kosten, verzehret im Hinreisen davon $\frac{1}{4}$ an Ort und Stelle, wo er zu thun $\frac{1}{3}$, und im Rückwege $\frac{1}{8}$, wenn er diese Theile in einander multipliciret, kommt 9216. Wird nun gefragt: Wie viel er zur Reise destiniret habe? Antw. 96 thlr.

Elaboratio.

Setzet, er habe hierzu destiniret:

1 x

$\left.\begin{matrix}\frac{1}{4}\\ \frac{1}{3}\end{matrix}\right\}$ in einander multipliciret

thut $\frac{1}{12}$ diesen Bruch auch mit $\frac{1}{8}$ mult.

kommt $\frac{1}{96}x^3 = 9216$

$$\begin{array}{r} 9216 \\ 96 \\ \hline 55296 \\ 82944 \\ \hline \end{array}$$

$1\,xxx = 884736$

Extrahiret hieraus Radicem cubicam, wie folget:

```
          155
          .    .
          884736 | 96 thlr.
          729|
R.  6 -  243|
□  36 ----  27
-----------------
          1458
           972
           216
-----------------
          155736
```

44) Item, Anno 1726 den 5 Mart. am Tage Fast-Nacht, haben die såmtlichen Metzger-Pursche E. löbl. Fleischhauer-Zunfft in Zittau, eine lange Brat-Wurst unter einer Instrumental-Music, bey sehr vielen Zuschauern, in der gantzen Stadt auf 3 Stangen, in der Figur eines Prismatis herum getragen, und iedweden Bürger beym herumtragen ein Stück davon geschnidten und præsentiret, vor welches Præsent sie viel Geld zum Verschmausen gesammlet, wenn man derselben Wurst Långe quadriret, und zu dem Quadrato radicem quadrati addiret, so bringet man eine Summa von 391250 Ellen heraus. Wird demnach gefraget, nach der Långe dieser Wurst?

Elaboratio.

391250 Pronic-Zahl.
4 mult.

1565000
1 addiret

1565001

	1 2	2 5		
1	5 6	5 0	0 1	1251
	2(2	4(5	0(1	1 subtr.
	2	2 5		

1250

Div. 2) 625 Ellen.

Decl.

Decl. Aus dem gegebenen Problemate mercket man, daß die Summa 391250 eine Pronic-Zahl sey, und dahero Radix pronica extrahiret werden muß, als procediret man folgender massen: 1) Multipliciret die Pronic-Zahl mit 4, und zum Product addiret 1, kommen 1565001. 2) Extrahiret hieraus Radicem quadratam, welche ist 1251, hiervon subtrahiret 1, bleibet Rest 1250. 3) Diesen Rest dividiret durch 2, so zeiget der Quotiens, daß sie 625 Ellen lang gewesen sey.

Not. Wiewol sie eigentlich noch 23 Zoll drüber gehalten, und also 626 Ellen weniger 1 Zoll, oder 15023 Zoll; wenn ich nun daraus eine Pronic-Zahl mache, das ist, wenn ich dieselbe quadrire, und zu dem Quadrat dieselbe noch einmal addire, so kommen 225705552 Zoll, welches eine Pronic-Zahl heisset; wenn ich nun daraus Radicem pronicam extrahire, so kommen wieder 15023 Zoll heraus, das sind 625 Ellen 23 Zoll, oder $625\frac{3}{4}$ Ellen und 5 Zoll.

Ein Zittauischer Poet, D. K. eines Fleischhauers Sohn, hat auf diese Bratwurst folgendes Ænigma verfertiget:

Nach meiner Eltern Tod erlang ich erst mein Leben,
Und wird durch Müh und Kunst mein Fleisch mit Haut umgeben,

Wachs unter fremder Hand zusehens höher
auf;
Veracht't mich denn mein Herr, geh ich zu
freyen Kauff.
Mich liebt der Männer Volck sowol, als wie der
Weiber,
Auch Jungfern halten mich auf ihre eigne
Leiber.
Ich diene Tag und Nacht, nur braucht mich
nicht zu viel,
Weil ich euch sonst gewiß davor recht drücken
will.
Man hat mich dünn und dick; kurtz, lang, ja groß
und kleine,
Hier heists: nachdem der Mann, nachdem ist
auch das Meine.
So räuchrich als ich bin, nimmt man mich doch
ins Haus,
Läst mich von fornen ein, und hinten wieder
aus.
Letzt sterb ich bey dem Herrn, dem ich zu Dien-
sten lebe,
Ja ihm durch meinen Tod noch Krafft und
Leben gebe.
Man legt in Wahrheit mir mehr als ein
Ende bey:
Nun rathet, wer ich bin, und was mein
Name sey?

45) Item, 5 Studenten, nachdem sie sich in einem Zier- und Lust-Garten wohl divertiret, werden sie schlüßig, daß ein ieder nach seinem Vermögen und Belieben dem Gärtner eine Discretion in die Hand drücke. Der erste giebt ihm, ich weiß nicht wie viel; der andere giebt ihm noch so viel; der dritte halb so viel als der erste; der vierdte halb so viel als der andere, und der fünffte ein Viertheil des andern. Als die Studenten weg waren, zehlet der Gärtner seine von denen Studiosis erhaltene Discretion, und befindet, daß er in allen 40 gl. erhalten habe. Wird gefraget: wie viel ein ieder insonderheit dem Gärtner zum Trinck-Gelde gegeben? Antwort: der erste 8 gl. der andere noch einmal so viel 16 gl. der dritte halb so viel als der erste, nemlich 4 gl. der vierdte halb so viel als der andere, nemlich 8 gl. und der fünffte, den vierdten Theil so viel als der andere, nemlich 4 gl.

Elaboratio.

Der erste giebt	1 x
andere	2 x
dritte	$\frac{1}{2}$ x
vierdte	1 x
fünffte	$\frac{1}{2}$ x

$$5x = 40 \text{ gl.}$$

$$5)\quad 1x = 8 \text{ gl.}$$

Probe-

Probatio.

Der erste giebt		8 gl.
der andere	= =	16
der dritte	= =	4
der vierdte	= =	8
der fünffte	= =	4
Summa		40 gl.

46) Item, eine Parthey Husaren reuten aus, und erbeuten eine Anzahl Ducaten, welche sie untereinander gleich austheilen, und nimmet ieder 3 Ducaten davon, allein bey solcher Eintheilung bleiben ihnen noch 30 Ducaten übrig; Dahero nimmet iedweder 4 Ducaten, bey solcher Partition aber langen die Ducaten nicht zu, daß ein ieder 4 Ducaten bekäme, sondern es manquiren ihnen noch 20 Ducaten. Ist die Frage: Wie viel Husaren gewesen, auch wie viel Ducaten sie unter einander zu theilen gehabt? Antw. 50 Husaren, welche 180 Ducaten unter sich getheilet haben.

Elaboratio.

1 Husar bekömmt 3 Ducaten, was x?

Antwort: 3 x

1 Husar bekommt 4 Ducaten, was x?

Antwort: 4 x

Fiat

Fiat hierauf Æquatio wie folget:

$$\begin{array}{rcll} 3x + 30 & = & 4x \div 20 & \\ 3x & & 3x & \text{subtr.} \\ \hline + 30 & = & x \div 20 & \\ + 20 & & & \\ \hline 50 & = & x & \end{array}$$

Aus welcher Elaboration zu ersehen, wie daß 50 Husaren beysammen gewesen.

Wollt ihr nun ferner wissen, wie viel sie Ducaten erbeutet haben, als rechnet ferner also:

1 Husar bekommt 3 Duc. was 50 Husaren?

$$\begin{array}{rl} & 3 \\ \hline & 150 \\ + & 30 \text{ add.} \\ \hline & 180 \text{ Ducaten} \end{array}$$

1 Husar bekommt 4 Duc. was 50 Husaren?

$$\begin{array}{rl} & 4 \\ \hline & 200 \\ \div & 20 \\ \hline 180 = & 180 \text{ Ducaten} \end{array}$$

47) Item, zwey Fischer-Knaben, Gebrüdere, wurden gefraget von einem Studioso, der ums Wasser spatzieren gieng, wie viel ein ieder Krebse gefangen hätte, bekommt zur Antwort: Herr

Herr, wir sehen wohl, daß er ein Gelehrter ist, und ohne Zweifel Rechnen muß können, als beliebe derselbe es auszurechnen, ich als der jüngste Bruder habe halb so viel Krebse gefangen als mein ältester Bruder. Wenn man nun eines ieden seine gefangene Krebse quadriret, und beyde Quadrata hernach addiret, so kommen gleich 1620 Krebse heraus. Wird nun gefraget: Wie viel ieder Knabe Krebse gefangen habe? Antwort: 18 der jüngste Bruder, und 36 der älteste, zusammen 54 Krebse.

Elaboratio.

Setzet, der jüngste habe 1 x } quad. 1 xx
So hat der älteste 2 x } 4 xx

5 xx.

Fiat hierauf Æquatio wie folget:

$5\,xx = 1620$ Krebse

5) $xx = 324$ extr. Rad. □

$x = 18$ Krebse des jüngern
folglich 36 Krebse des ältern

zusammen 54 Krebse.

Probatio.

Quadriret des jüngsten seine Krebse, kommen 324, desgleichen quadriret auch des ältern seine Krebse, kommen 1296, beyde Quadrata thun zusammen 1620, welches war zu beweisen.

48) Item,

48) Item, ein Kauffmann fragte den andern, wie viel er an seinem Handel und Negotio ein halb Jahr lang gewonnen habe? Hierauf versetzte der andere: Wenn ich noch so viel, halb so viel, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ so viel, weniger 7 thlr. gewonnen, so hätte ich gerade 400 thlr. proficiret. Ist demnach die Frage: wie viel er verdienet habe? Antw. 132 thlr.

Elaboratio.

	12
1 x	
1 x	
— $\frac{1}{2}$ x	6
— $\frac{1}{3}$ x	4
— $\frac{1}{4}$ x	3

(1 | 1 | 1

$$3\tfrac{1}{12}\,x \div 7 = 400$$

$$37$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ +\ 7 \\ \hline 407 \\ 12 \\ \hline 814 \\ 407\ \ \\ \hline 4884 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 21 & \\ 117 & \\ 4884 & 132\ \text{thlr.} \\ 3777 & \\ 33 & \end{array}$$

Proba-

Probatio.

132	thlr.		
132	thlr.	ist noch	so viel
66	thlr.	ist	$\frac{1}{2}$
44	thlr.	ist	$\frac{1}{3}$
33	thlr.	ist	$\frac{1}{4}$
407			
7	÷ subtr.		
400	thlr.		

49) Item, 8 Personen sind zu einer Hochzeit geladen, schencken dem Bräutigam ein ieder nach seinem Vermögen: Der erste schencket ich weiß nicht wie viel; der andere aber noch so viel, der dritte halb so viel als der erste; der vierdte halb so viel als der andere; der fünffte halb so viel als der dritte; der sechste halb so viel als der vierdte; der siebende ein halbes mehr denn der erste, und der achte ein halbes mehr denn der andere. Als nun der Bräutigam das Geld zehlet, findet er in allen 19$\frac{1}{2}$ thlr. Ist demnach die Frage: Wieviel ein ieder geschencket? Antwort: Der erste 2 thlr, der andere 4 thlr, der dritte 1 thlr, der vierdte 2 thlr, der fünffte $\frac{1}{2}$ thlr, der sechste 1 thlr, der siebende 3 thlr, und der achte 6 thlr.

Elabo-

Elaboratio.

1 x			
2 x	4		
$\frac{1}{2}$ x	2	3	
1 x		7	1
$\frac{1}{4}$ x	1	4	
$\frac{1}{2}$ x	2		
$1\frac{1}{2}$ x	2		
3 x			

$9\frac{3}{4}x = 19\frac{1}{2}$

39	39
2	4

$78x = 156$

1
156 | 2 thlr. der erste
78 | 4 thlr. der andere
1 thlr. der dritte
2 thlr. der vierdte
$\frac{1}{2}$ thlr. der fünffte
1 thlr. der sechste
3 thlr. der siebende
6 thlr. der achte

$19\frac{1}{2}$ thlr. die Antwort und Probatio zugleich.

Elaboratio nach der gedoppelten Falsi-Rechnung.

Der erste Satz:

3	die beliebte Zahl
6	ist noch so viel
$1\frac{1}{2}$	ist halb so viel als der erste
3	ist halb so viel als der andere
$\frac{1}{2}$	ist halb so viel als der dritte
$1\frac{1}{2}$	ist halb so viel als der vierdte
$4\frac{1}{2}$	ist $\frac{1}{2}$ mehr als der erste
9	ist $\frac{1}{2}$ mehr als der andere
$29\frac{1}{4}$	ist zu viel $9\frac{3}{4}$.

39
2

78

Der andere Satz:

$2\frac{1}{2}$	die beliebte Zahl
5	ist noch so viel
$1\frac{1}{4}$	ist halb so viel als der erste
$2\frac{1}{2}$	ist halb so viel als der andere
$\frac{5}{8}$	ist halb so viel als der dritte
$1\frac{1}{4}$	ist halb so viel als der vierdte
$3\frac{3}{4}$	ist halb mehr als der erste
$7\frac{1}{2}$	ist $\frac{1}{2}$ mehr als der andere
$24\frac{3}{8}$	ist zu viel $4\frac{7}{8}$.

Rechnet

Rechnet ferner also:

$$\begin{array}{ccc|l} 3 & + & 78 & \\ & \times & & 39 \text{ Divisor} \\ 2\frac{1}{2} & + & 39 & \end{array}$$

195
11.7 subtr.

Div. 39) 78

2 thlr. der erste
4 thlr. der andere, u. s. w.

50) Item, ein Knabe sagte zu einem alten Pilgers-Mann: Lieber Alter, es müssen euch wol viele Jahre gedencken in der Welt? Ja freylich, sagte der Pilgrim, iedoch mehr böse als gute. Mercket aber zur Nachricht: Wenn ich meines bisherigen Alters nur noch ein Zehendtheil, und des Zehendtheils Quadrat-Wurtzel, zu viermalen, weniger ein Jahr, leben solte, so wären meiner Jahre so viel über hundert, als ihrer ietzo drunter sind. Hierauf fraget der vorwitzige Knabe ferner: Wie alt seyd ihr denn? Liebes Kind! sagte der Alte, lerne die Algeber, so wirst du es selbst ausrechnen, und mein Alter finden können.

Die Æquation siehet also aus:

$$11\,\mathfrak{z} \dagger 4\,\mathfrak{Re} \div 101 = 100 \div 10\,\mathfrak{z}$$

$$\dagger 10\,\mathfrak{z} \qquad\qquad \dagger 101$$

$$21\,\mathfrak{z} \dagger 4\,\mathfrak{Re} = 201$$

Ergo:

$$1\,\mathfrak{Re} = 3$$

und

$$10\,\mathfrak{z} = 90.$$

Und so viel Jahre ist der Pilgrim, nemlich 90 Jahr alt.

Scholar.

Lieber Herr Magister. Dafern mir es erlaubet, so ist meine Bitte, wenn sie es bey denen allbereit proponirten 50 Arithmetischen aber algebraice solvirten Problematibus bewenden liessen; Sintemal ich daraus genugsam belehret worden bin, wie einer vermittelst der Algeber nicht allein allerhand künstlich fingirte Problemata auflösen, sondern auch sein Gemüthe ergötzen, und die Zeit, wenn er nichts zu thun hat, verkürtzen kan. Worzu sie aber weiter dienen, und wie man vermittelst dererselben sein Glücke suchen und seinen Unterhalt finden möge, kan ich bis dato noch nicht ersehen. Dem Herrn Magister hat zwar, wenn ich schertzen mag, die erlernte Extractio radicis quadratæ & cubicæ einiger Massen genutzet, sintemal das Geld so ich mir durchs Clavier in meinem Beutel gesammlet, ist völlig extrahiret worden; Jedoch nicht

nicht verzagt! meine erlernte Music kan mir denselben wieder füllen. Inzwischen bitte mir auch durch einige Problemata den Nutzen der Algeber in der Geometrie und Trigonometrie zu zeigen.

Magister.

Ihr könnet eure Mouquerien gleichwol nicht lassen. Unterdessen seyd versichert, daß euch mit der Zeit bey unterschiedlichen Rechnungs-Fällen so wol in rebus œconomicis, als auch Mathematicis, obige Problemata sehr wol zu statten kommen werden, und euch euer Geld nicht reuen soll. Und weil ihr gleichwol verlanget in dieser Scienz weiter fortzufahren, als folgen:

2) Problemata ex Geometria & Trigonometria.

Z. E. Es wird von einem Geometra verlanget, zwey Linien zu finden, welche sich gegen einander verhalten, wie 1 zu 9, und deren Summa 100 ausmachet. Wie lang wird eine iede seyn müssen? Antwort: Die kürtzere 10 Schue, und die längere 90 Schue.

Elaboratio.

Setzet vor die kürtzere x
vor die längere $9x$

$$10x = 100$$

10) $1x = 10$ Schue die k.

Wenn man die Länge der kürtzern gefunden, als ziehet man dieselbe von 100 ab, so zeiget der Rest die Länge der grössern Linie nemlich 90 Schue.

2) Item, es hat eine auf dem Felde durch die Stäbe abgesteckte, und durch die Maß-Kette ausgemessene Linie eine Anzahl Ruthen. Wenn man von dem fünfften Theile derselben 10 Ruthen abziehet, so bleiben 20 Ruthen übrig. Wird gefragt nach ihrer Länge? Antwort: 150 Ruthen.

1) Setzet, die unbekannte Linie sey x

$$5)\ \frac{1}{5}x$$

10 subtr.

$$\frac{1}{5}x \div 10 = 20$$
$$+\ 10$$

$$\frac{1}{5}x = 30$$
$$5$$

$$1x = 150\ \text{R.}$$

2) Der fünfte Theil aus x ist $\frac{1}{5}$x, hiervon subtrahiret 10, kommt $\frac{1}{5} \div 10$ und also $\frac{1}{5} \div 10 = 20$. 3) Verwechselt $\div$ 10 in + 10, und addiret es zu 20, kommt $\frac{1}{5} = 30$. 4) Setzet den Zehler ab, und mit dem Nenner 5 multipliciret 30, so kommt 1 x = 150 Schue.

Proba-

Probatio.

150 Ruthen

$\frac{1}{5}$ 30
10 abgezogen

---

bleiben 20 Ruthen übrig.

3) Item, es soll eine Linie gefunden werden, wenn die Helffte ihrer Länge mit derselben $\frac{1}{3}$ mal multipliciret wird, daß accurat 24 Ruthen kommen. Wie lang muß dieselbe seyn? Antwort: 12 Ruthen.

Elaboratio.

1) Setzet, die Länge der Linie sey x

$\frac{1}{2}x$ mal $\frac{1}{3}x$ thut $\frac{1}{6}xx = 24$
6

$1xx = 144$

---

12 Re

2) Weil ihr sehet aus den beyden xx, daß die Zahl 144 ein Zensus oder Quadratum ist, als extrahiret Radicem quadratam, welche ist 12, und auch die Länge der verlangten Linie.

4) Item, ein Geometra hat zwey Linien, die kleinere ist 3 Schue kürtzer als die grössere, wenn er nun die Länge der kleinern mit 4, die grössere aber mit 7 multipliciret, und ihre Producta von einander subtrahiret, daß 36 der Rest sey, als wird gefragt, sowol nach der Länge der

grössern, als auch nach der Länge der kleinern? Antwort: Die grössere ist 8, und die kürtzere 5 Schue lang.

Setzet, die grössere sey lang x, die kleinere x ÷ 3
7 multiplic. 4

7x   4x ÷ 12
Subtr. ihre Prod. 4x ÷ 12

3x † 12

3x † 12 = 36
÷ 12

3x = 24

3) 1x = 8 S.

Kommen 8 Schue vor die grössere Linie, und weil die kleinere Linie um 3 Schue kürtzer, als folget, daß sie nur 5 Schue lang seyn müsse. NB. Warum aber bey der Subtraction derer Productorum das ÷ 12 in † 12 ist verwechselt worden, ist nachzulesen der andere Unterscheid der Subtraction.

Probatio.

Die grössere ist 8 Schue, die kleinere 5
7 multipl. 4

56   20
20 subtr.

36 Schue.

5) Item,

5) Item, es werden zwey Linien begehret, welche zusammen 61 Schuhe halten, und soll die grössere die kleinere noch um $\frac{1}{4}$ mal, weniger 2 Schue übertreffen, wie lang soll iedwede seyn? Antwort: 28 die kleinere, und 33 Schue die grössere.

Elaboratio.

Setzet, die kleinere x

die grössere $1\frac{1}{4}x \div 2$

$$2\frac{1}{4}x \div 2 = 61$$

$$+ 2$$

$$2\frac{1}{4}x = 63$$

$$4$$

$$9x = 252$$

$$9)\quad 1x = 28 \text{ Sch. die kl.}$$

Wenn man 28 Schue von 61 Schue abziehet, so zeiget der Rest, daß die grössere 33 Schue lang sey.

6) Item, ein Land-Messer hat eine Linie gemessen, die ist 36 Ruthen lang, er will sie aber dergestalt in zwey ungleiche Theile theilen, daß, wenn man beyde ungleiche Theile in einander multipliciret, das Productum 299 sey. Wird gefragt, wie lang ein ieder Theil seyn müsse? Antwort: Der eine 23, und der andere 13 Ruthen.

Elaboratio.

1) Setzet, der erste Theil sey x der andere $36 \div x$

$36 \div x$ multipl.

$36x \div xx$ oder 1 ʒ $= 299$

$xx = 36x \div 299$

2) 18 } quadriret
18 }

144
18

324 Qu. oder Zens-Zahl
299 subtrah.

25 hieraus R. □ extr.

5 ist R.
18 hierzu die Helffte

$1x = 23$ der erste Theil

2) Schreibet den andern Theil, nemlich $36 \div x$ unter den ersten Theil, und multipliciret es zusammen, kommt xx oder 1 Zensus, und stehet in der Æquation also: $36x \div xx$, oder 1 Zens. $= 299$.

3) Bringet die Quantitäten nach der vierdten Regel der Reduction in gehörige Ordnung folgender Massen: $xx = 36x - 299$, oder 1 ʒ $= 36$ R. $\div 299$.

4) Thei=

4) Theilet 36 in 2 Theile, kommt 18, quadriret diese Zahl 18, als kömmt zum Quadrato oder Zens-Zahl 324.

5) Subtrahiret davon $\div$ 299, bleibet pro Resto 25, hieraus extrahiret Radicem quadratam, die ist 5, worzu die Helffte der Linie, nemlich 18 addiret, zeiget das Aggregat, daß der eine Theil dieser Linie sey 23 Ruthen, wenn man nun diesen Theil von 36 abziehet, bekommt man die Länge des andern Theils, nemlich 13 Ruthen.

7) Item, ein Geometra hat zwey Linien in proportione quadrupla, wenn er nemlich die Länge der kleinern von der Länge der grössern abziehet, so ist es so viel, als hätte er die grössere durch die kleinere dividiret. Wird gefragt: Wie lang iede derer beyden Linien seyn müsse? Antwort: Die kleinere ist $1\frac{1}{3}$, und die grössere $5\frac{1}{3}$ lang.

Elaboratio.

1) Setzet, die kleinere sey $1x$
die grössere $4x$

$$3x = 4$$

3) $1x = 1\frac{1}{3}$ die kleinere.

2) Subtrahiret $1x$ von $4x$, bleibt $3x = 4$; 3) Abbreviret diese Æquation, kommt $1x = 1\frac{1}{3}$ die Länge der kleinern Linie. 4) Addiret 4 zu $1\frac{1}{3}$, kommt die Länge der grössern Linie, nemlich $5\frac{1}{3}$. Wenn ihr nun $1\frac{1}{3}$ von $5\frac{1}{3}$ abziehet, so ist der

Rest

Rest 4, dividiret ihr aber $5\frac{1}{3}$ durch $1\frac{1}{3}$, so giebt der Quotiens auch 4. Stehet also:

Subtractio.	Divisio.
$5\frac{1}{3}$ $1\frac{1}{3}$ ——— 4 Resid.	$1\frac{1}{3}$ in $5\frac{1}{3}$ $\frac{4}{3} \times \frac{16}{3}$ $\frac{48}{12}$ | 4 Q.

8) Es ist eine Linie, eine Anzahl Ruthen lang, wenn solche quadrirt, und von solchem Quadrat die Länge der Linie genommen wird, so kommen 72 Ruthen. Wie lang ist demnach die Linie? Antwort: 9 Ruthen.

Elabo-

Elaboratio.

Setzet, die Linie sey lang x Ruthen, diese quadrirt, kommt xx oder 1 Zens.

$\left.\begin{matrix} x \\ x \end{matrix}\right\}$ quad.

$xx \div x = 72$

2) $\left.\begin{matrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{matrix}\right\}$ quad.

$xx \div \frac{1}{4}x = 72$

4

$xx \div 1x = 288$

† 1

$xx = 289$ Quadrat-Zahl

$x = 17$ Rad.

2) $8\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ darzu

Antwort: 9 Ruthen

Probatio.

9 Ruthen

9

8 †

·9

72 Ruthen.

9) Item,

9) Item, ein Feldmesser hat einen Triangulum gezeichnet, dessen Basis noch einmal so groß als Cathetus, und der Inhalt desselben bestehet aus 169 Ruthen. Wird gefragt, sowol nach der Länge dessen Catheti als auch Baseos? Antwort: Der Cathetus ist 13 und Basis 26 Ruthen.

Elaboratio.

Setzet Cathetus sey x } und Basis 2x
x } quad.
2) x

xx = 169 quadrat.

x = 13 R. d. i. Cath.

Nachdem ihr per Æquationem den Cathetum gefunden, als dupliret denselben, so giebt das Duplum die Basin, nemlich 26 Ruthen.

Probatio.

13 Ruthen der Cathetus
26 Ruthen die Basis

78
26

338

Div. 2) 169 wie oben.

Not. Dafern ihr aus Nachläßigkeit vergessen, was bey einem Triangel Basis, Cathetus und Hypotenusa heisset, so kauffet euch meinen Trigonometram

nometram oder Dreyeckmesser, welcher unter Herrn David Richters, Buchhändlers in Budißin Verlage, 1730 ist gedrucket worden, vermittelst dieses Buches könnt ihr dasjenige, was ihr von der Trigonometrie vergessen, repetiren, und euch wieder bekannt machen.

10) Item, an einem recht wincklichten Triangel a b c, thut a b und b c 48 Ruthen, b c aber ist 6 Ruthen mehr als a b, ist die Frage, wie lang iede Seite besonders? Antw. 21 Ruthen ist a b, und 27 Ruthen b c lang.

Elaboratio.

Setzet, a b sey x
b c auch x † 6

2 x † 6 = 48
÷ 6

2 x = 42

2) 1 x = 21 Ruthen a b.
6 Ruthen add.

27 Ruthen b c.

11) Item, es ist ein Triangel a b c, dessen alle 3 Seiten sind zusammen 40 Ruthen lang, und a b ist den vierten Theil länger als a c, hingegen a c und b c ist zusammen $1\frac{2}{5}$ mal länger als a b. Ist die Frage, wie lang iede Seite insonderheit

derheit lang sey? Antwort: ac 12 Ruthen, ab 15 Ruthen, und bc 13 Ruthen.

Elaboratio.

Setzet	ac sey	$1x$	
so ist	ab	$1\frac{1}{4}x$	add.
u.	ac + bc	$2\frac{1}{12}x$	
		$3\frac{1}{3}x = 40$	
		3	
		$10x = 120$	
	10)	$1x = 12$ Ruthen ac.	

Decl. 1) Setzet, die Linie ac sey x lang. 2) Weil die Linie ab um $\frac{1}{4}$ länger ist, so setzet, sie sey $1\frac{1}{4}$ x. 3) Ingleichen, weil die beyden Linien ac und bc zusammen $1\frac{1}{3}$ mal länger sind, als ab, nemlich $1\frac{1}{4}$ x, als multipliciret $1\frac{1}{3}$ mit $1\frac{1}{4}$, kömmt zum Product $2\frac{1}{12}$. 4) Addiret $1\frac{1}{4}$ x und $2\frac{1}{12}$ x, thut $3\frac{1}{3}$ x, welche Summa gleich ist der Zahl 40, u. s. w. als kommt vor die Seite ac 12 Ruthen; wollt ihr hingegen die Länge der Seite ab wissen, so nehmet den 4ten Theil aus 12, das ist 3, und addiret solchen zu 12, kommen 15 Ruthen vor die Länge ab, die Länge bc aber lässet sich finden, wenn man zu ac das zu Anfange gesetzte x addiret, kommen 13 Ruthen.

12) Item, an einem recht wincklichten Triangel thut Basis 4 mehr, als Cathetus, und ist der

der quadrirte Inhalt 96 Ruthen; wird gefragt nach der Länge Catheti und Baseos? Antwort: Cathetus 12 Ruthen, und Basis 16 Ruthen.

Elaboratio.

Setzet Cathet. x, so ist Basis $x \dagger 4$

$$\begin{array}{r} 2)\ \ \frac{1}{2}x \dagger 2 \\ 1\,x \text{ mult.} \\ \hline \frac{1}{2}xx \dagger 2x \end{array}$$

Ferner:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2}xx \dagger 2x = 96 \\ \qquad\qquad 2 \text{ der Nenner} \\ \hline 1\,xx \dagger 4x = 192 \\ \hline 2)\ \ \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \Big\} \text{ quadrirt} \\ \hline \quad 4 \\ \quad 192 \text{ add.} \\ \hline \quad 196 \text{ Quadrat-Zahl} \\ \hline \quad 14 \text{ ist R. daraus} \\ \quad 2 \text{ subtr.} \\ \hline \quad 12 \text{ Ruthen Cathetus} \\ \quad 16 \text{ Ruthen Basis.} \end{array}$$

13) Item, es werden zwey Trianguli, abc und def in gleicher Form also gemacht, daß ac 3mal so lang als de, hingegen bc $\frac{1}{6}$ kürtzer, als ab, auch ab 12 Ruthen mehr als ac. Ferner soll ef $\frac{1}{4}$ aus bc, und df $\frac{1}{4}$ von ac seyn; Ingleichen soll dc und bc zusammen 52 Ruthen lang seyn. Ist die Frage nach den Seiten dieser beyden Triangeln? Antw. ac 36 Ruthen, de 12 Ruthen, ab 48 Ruthen, bc 40 Ruthen, ef 10 Ruthen, und df 9 Ruthen.

Elaboratio.

1) Setzet ac 1x
so ist de $\frac{1}{3}$x
und ab 1x † 12, hiervon $\frac{1}{6}$ subtr.
thut bc $\frac{5}{6}$x † 10

2) Addiret bc $\frac{5}{6}$x † 10 und
de $\frac{1}{3}$

thut $1\frac{1}{6}$x † 10 = 52 Ruthen
∸ 10

42

$1\frac{1}{6}$x = 42
6

7x = 252

7) 1x = 36 Ruthen ac.

Und weil es in der Aufgabe heisset, daß ac 3mal so lang als de, dahero nehmet den dritten

ten Theil aus 36, so ist de 12 Ruthen lang. Ferner nachdem es in der Aufgabe heisset, daß ab um 12 Ruthen länger sey als ac, so addiret 12 zu 36, kommen 48 Ruthen vor die Länge ab; Item, weil es in der Aufgabe heisset, daß bc um $\frac{1}{6}$ kürtzer sey als ab, so dividiret 6 in 48, kommt 8, diese 8 ziehet ab von 48, so erlanget ihr die Länge der Seiten, nemlich 40 Ruthen. Item, weil es in der Aufgabe heisset, daß die Seite ef des andern Triangels der vierte Theil sey aus bc, nemlich aus 40, als dividiret 4 in 40, kommt die Länge der Seite ef. Endlich, weil es in der Aufgabe heisset, daß die Seite df des andern Triangels der vierte Theil sey, aus ac, nemlich aus 36, als dividiret 36 durch 4, kommen 9 Ruthen vor die Seite df.

Probatio.

Die Seite de thut 12 Ruthen
Die Seite bc thut 40 Ruthen

Summa 52 Ruthen.

14) Item, einer will in eine Stube, welche $7\frac{1}{2}$ Ellen breit, und etliche Ellen lang ist, eine lange Tafel machen lassen, so zweymal so lang als breit; Jedoch dergestalt, daß er solche Tafel, stehend, in der Stube umwenden könne. Ist die Frage, wie lang und breit dieselbe seyn müsse? Antwort: $6\frac{708}{1000}$ Ellen lang, und $3\frac{354}{1000}$ Ellen breit.

Elaboratio.

1) Setzet die Breite sey 1 x { quad. 1 xx
so ist die Länge 2 x } quad. 4 xx

5 xx oder Zens.

5 xx sind also = $7\frac{1}{2}$ Elle } quadrirt
5) 1 x $7\frac{1}{2}$

$52\frac{1}{2}$
$3\frac{3}{4}$

$56\frac{1}{4}$ Quadrat-Zahl

5) $11\frac{1}{4}$

2) Extrahiret Radicem quadratam aus $11\frac{1}{4}$ nach der Anweisung. die ich in meinem Arith- und Geometrischen Wurtzel-Manne pag. 33. gegeben, folgender Massen:

	2	1(3	2)		
$11\frac{1}{4}$ Quadratum	9	61	6 8	3 6	
45 Zehler	45	00	0 0	0 0	$6\frac{708}{1000}$ Ell.
	36	2(7	4(0	0(8	
4 Nenner	1	1 3	3 4		
		1			

Die Länge der Tafel.

3) Extrahiret auch aus dem Nenner 4 Radicem quadratam, die ist 2, damit dividiret in $6\frac{708}{1000}$ als in der Länge der Tafel, so erscheinet die Breite der zu verfertigenden Tafel, nemlich $3\frac{354}{1000}$ Ellen.

15) Item

15) Item, einer hat einen Garten, und eine Wiese, beyder Grund-Stück in einander multiplicirter Preiß oder Werth, beträgt 3564 Gülden, der Garten kostet 63 fl. mehr als die Wiese. Wird gefragt: Wie viel iedes besonders gekostet habe? Antwort: Die Wiese 36 fl. und der Garten 99 fl.

Elaboratio.

Setzet, die Wiese gelte x, und der Garten x † 63 fl.

Ferner:

x † 63
x mult.

xx † 63 x = 3564

2) $31\frac{1}{2}$ } quadriret
$31\frac{1}{2}$

31
93
$15\frac{1}{2}$
$15\frac{1}{2}$

$992\frac{1}{4}$ Quadratum oder Zens
3564 addiret

$4556\frac{1}{4}$ hieraus Radicem □

die ist 135
63 subtrah.

72

Div. 2) 36 fl. die Wiese, und weil der Garten 63 fl. mehr gekostet, als addiret dieselben zu 36 fl. so giebt das Aggregatum den

Preiß des Gartens, nemlich 99 fl. Wollet ihr es probiren, so multipliciret 36 mal 99 fl. so erscheinet die in der Aufgabe gegebene Anzahl derer Gülden, nemlich 3564 fl.

16) Item, an einem ablånglichten viereckigten Felde, welches die Geometræ quadratum oblongum nennen, ist die Breite 10 Ruthen weniger als dessen Långe, kostet die Quadrat-Ruthe 2 fl. Das gantze Feld aber 192 fl. Ist die Frage, nach der Långe und Breite des Feldes? Antwort: 6 Ruthen breit, und 16 Ruthen lang.

Elaboratio.

1) Dividiret mit den 2 fl. in 192 fl. da bekommt ihr den Inhalt des Feldes, nemlich 96 Ruthen.

2) Setzet, vor die Br. x, vor die L. x † 10

3) Multipl. mit x die Långe x

xx † 10 x = 96

2) 5 } quad.
5

25
96 add.

121 quad.

11 Rad.
subtr. 5

x = 6 Breit
10 add.

16 Långe.

17) Item,

17) Item, es ist ein Circkel, dessen Diameter x 56 Ruthen, was ist dessen Inhalt? Antwort: 44 Ruthen.

Elaboratio.

Setzet, der Inhalt sey, 1 x.

Diam.	Circumf.	Diam.
1 x —	$3\frac{1}{7}$ } —	x 56
	$3\frac{1}{7}$ } quad.	$9\frac{43}{49}$ mult.

o
x 56
x 4) 14

$9\frac{3}{7}$ | 49
| 21
$\frac{22}{49}$ | 22

$9\frac{43}{49}$

$49\frac{1}{7}$
504

$553\frac{1}{7}$

4) $138\frac{2}{7}$
14 mult.

552
1384 giebt $\frac{2}{7}$

1936 Quadratum

3 1
1 9 3 6 | 44 Ruthen
8 4 |

3) Problemata ex Stereometria.

1) Ein Parallelepipedum, dessen cubischer Inhalt ist 864 Zoll, hat einen Quadrat-Grund, dessen Höhe 4mal so lang als eine Seite des Quadrat-Grundes. Ist die Frage nach der Länge einer Seite des Grundes und der Höhe? Antwort: Eine Seite des Grundes ist 6, und die Höhe 24 Zoll.

Elaboratio.

1) Setzet, eine Seite des Grundes sey x lang, so ist die Höhe 4x. 2) Rechnet den cubischen Inhalt folgender Massen, nemlich: multipliciret x mit x, kommen xx oder Zens, diesen mit der Höhe 4x multipliciret, kommen $4x^3$ oder 4 ℭ. Stehet in der Æquation also:

$$4x^3 = 864 \text{ Zoll}$$

4) $1x^3 = 216$, hieraus Rad. cub.

x = 6 Zoll eine Seite
4 Zoll mult.

24 Zoll die Höhe.

2) Item, einer Kugel cubischer Inhalt thut 800 Zoll. Ist die Frage nach deren Diametro.

Elaboratio.

1) Setzet pro Diametro x, und rechnet den cubischen Inhalt folgender Gestalt aus:

Diam.		Circumf.		Diam.
7	—	22	—	x
7) 1		$3\frac{1}{7}$ Circumf.		
		x multipl.		

thut $3\frac{1}{7}$xx oder Zens.

Kommt also vor die äuserliche Fläche der Kugel $3\frac{1}{7}$xx, dieses ferner mit $\frac{1}{6}$R. multipliciret, so ist das Product $\frac{11}{21}$xxx oder ℭ stehet also:

$$3\tfrac{1}{7} = \frac{22}{7} \text{ mit } \tfrac{1}{6} \quad \frac{22}{42} \;\Big|\; \frac{\overset{2}{\smile}\,11}{21.}$$

2) Setzet es in die Æquation folgender Massen:

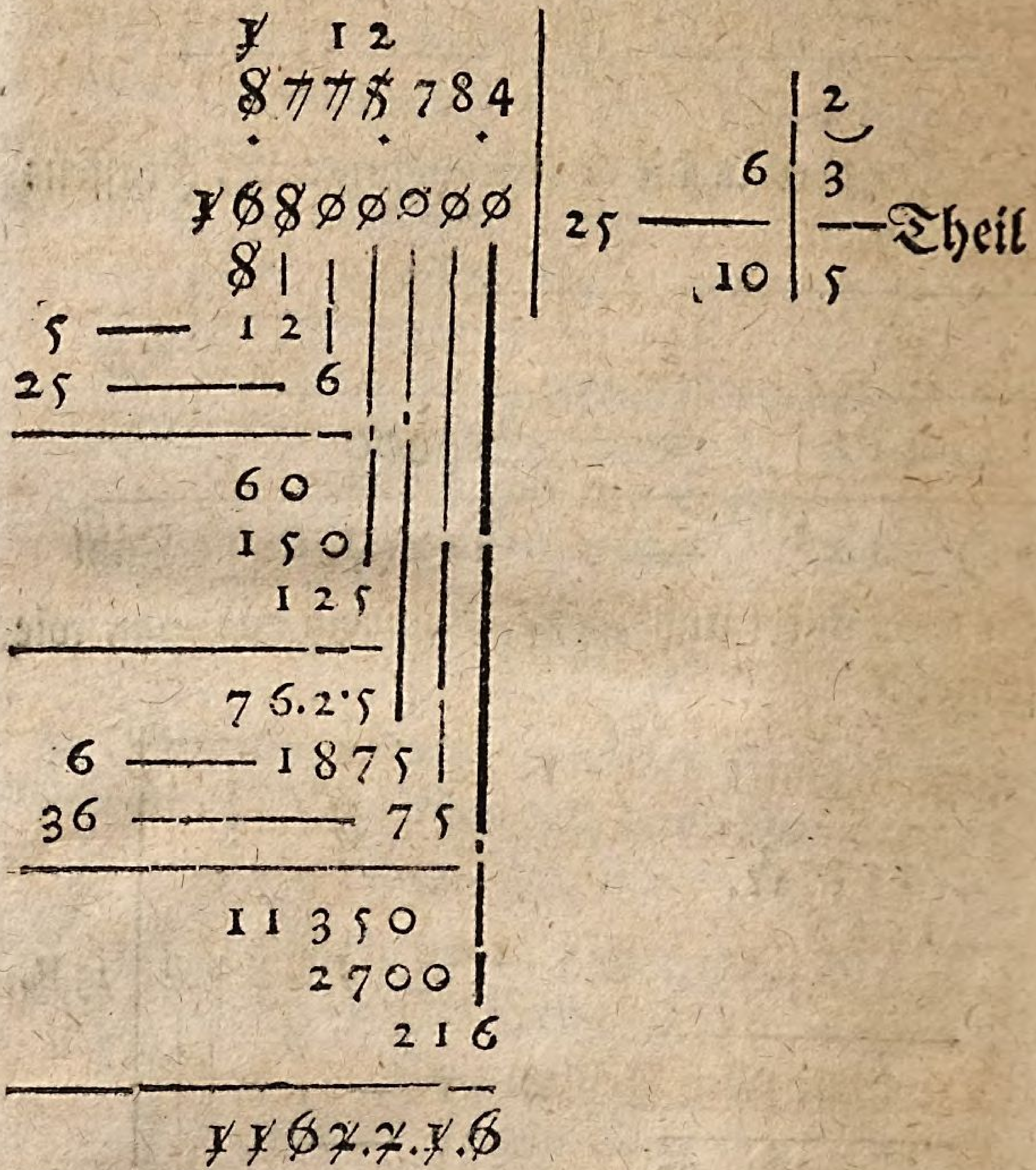
$$\frac{11}{21}\,xxx = 800$$

$$\begin{array}{ccc} 21 & & 21 \\ \hline 11x^3 & = & 16800 \\ \hline 11)\;\; 1x^3 & = & 1527\tfrac{3}{11} \text{ Cubic-Zahl} \end{array}$$

3) Extrahiret aus $1527\frac{3}{11}$ Radicem cubicam, wie folget:

```
                                  1
                                  8
1527 3/11                         .175
1527                           16800    | 25 R.
   3                               8
------                     5 — 12
16800 der Zehler          25 —— 6
------                    -----------
   11 der Nenner                60
                               150
                         Cub.  12.5
                         ----------
                              76.2.5
```

Oder noch accurater mit Zusetzung drey Nullen:



4) Extrahiret gleichfalls aus dem Nenner 11 mit Zusetzung dreyer Nullen Radicem quadratam wie folget:

,3352

3 3 5 2
1 1 0 0 0 | 2 — $\frac{2}{10}$ | $\frac{1}{5}$ — Theil
8
2 — 1 2
4 — 6
2 4
2 4
8

2.6.4.8

5) Dividiret den Zehler $25\frac{3}{5}$ durch den Nenner $2\frac{1}{5}$ wie folget:

$2\frac{1}{5}$ in $25\frac{3}{5}$

$\frac{11}{5} \times \frac{128}{5}$ ist

3
4
195
640
555
5 | 11 $\frac{35}{55}$ | $\frac{7}{11}$

Kommen $11\frac{7}{11}$ Zoll zum Diametro, so aber etwas zu viel.

Notandum.

Bey dieser Aufgabe, so aus Scheßlers Arithmetischen Haupt-Schlüssel genommen, ist zu erinnern, daß dergleichen Sphærische Aufgaben nicht gantz accurat können solviret werden. Ratio: Dieweil die Quadratura circuli in Zahlen bis dato noch nicht vollkommen kan gefunden werden.

Archimedes von Syracus, der gelebt um das Jahr der Welt 3720, und ein Anverwandter des Königs Hieronis war, als der erste Erfinder Circuli quadraturæ, hat zwar gesetzet und dargethan, daß, wenn der Durchschnitt oder Diameter eines Circkels 7 Zoll, oder Schue, oder Ruthen hätte, so bestünde dessen Circumferenz oder Peripherie aus 22 Zoll, oder Schuen, oder Ruthen, iedoch um den drittehalbtausenden Theil zu viel, welcher Excess in Praxi, und absonderlich in kleinen Circulis so viel als nichts zu bedeuten hat.

Obgedachter Archimedes hat auch noch eine andere Proportion zwischen dem Diametro und dessen Circumferenz erfunden, und saget: Wenn der Diameter oder Durchschnidt 71 Zoll, Schue oder Ruthen hält, so ist dessen Circumferenz 223, iedoch um etwas zu wenig.

Adrianus Metius, ein berühmter Mathematicus von Alcmar in Holland, welcher im Anfange des 17 Seculi zu Franecker die Mathesin gelehret, ist noch näher zum Zwecke kommen, als obgemeldter Archimedes, welcher sagt: wie sich 113 gegen 355 verhält, daß sich also der Diameter gegen die Peripherie des Circkels verhält, welche Proportion in kleinen Circkeln am accuratesten zutrifft.

Ludolph von Cölln hat nach einer über die Massen mühsamen Rechnung endlich heraus gebracht, und gesagt, der Diameter verhalte sich zur Peripherie wie 100, 000, 000, 000, 000, 000, 000 zu 314, 159, 265, 358, 979,

979, 323, 846, weil aber diese Zahlen im Rechnen grosse Mühe verursachen, als setzet man in kleinen Circkeln insgemein die Verhältniß des Diametri zur Peripherie, wie 100 zu 314, oder in grossen Zirckeln, wie 1000 zu 3141, oder ja wie 10000 zu 31415.

3) Item, einer will einen Cylinder formiren oder verfertigen, der gleich hoch und breit, am cubischen Inhalte aber 2256 Zoll sey. Ist die Frage, nach dessen Diametro oder Höhe? Antw. 14 Zoll.

Elaboratio.

1) Procediret nach dem vorhergehenden Problemate, vermittelst des Archimedis, zwischen dem Diametro und Peripherie eines Circkels gefundener Proportion, wie folget:

Diam. Periph. Diam.

7 geben 22 was 1x

1 kommen $3\frac{1}{7}x$

2) Vermehret $3\frac{1}{7}x$ mit $\frac{1}{4}$ des Radicis, wie folget:

$3\frac{1}{7}x$

$\frac{22}{7}$ mal $\frac{1}{4}$ ist $\frac{22}{28}$ | $\frac{\overset{2}{11}}{14}$.

Kommt $\frac{11}{14}xx$ oder Zens, diesen multipliciret mit x, so ist der Cubus $\frac{11}{14}$ Theil.

3) Fiat

3) Fiat æquatio:

$$\tfrac{11}{14}\mathfrak{C} = 2156 \text{ Zoll}$$

```
            2156 Zoll
              14
         ----------
            8624
           2156
         ----------
11ℭ   =    30184
-----    ----------
 1          2744. Hieraus R. Cub.

        1
        ·   ·
        2744 | 14 Zoll
        1
  4 -   3
 16 --  3
 --------------
       12
        48
         64
 --------------
       1744
```

Scholar.

Sufficiat Herr Magister! Es mag nun genug seyn und beruhen bey der bisherigen Solution und Elaborirung derer Problematum, welche theils in die Arithmetique, theils in die Geometrie, theils in die Trigonometrie und Stereometrie lauffen. Denn von dem vielen Nachsinnen in Ausarbeitung derer ietztgedachten Aufga-

Aufgaben, habe bishero ziemlich grosse Kopffschmertzen ausstehen müssen, und wo ich nicht davon abstrahire, so besorge, daß sich dieselben häuffen, und mir eine Niederlage verursachen möchten. Und über dieses kan ich auch nicht läugnen, wie daß mein Beutel an der Schwindsucht gar starck laborire, und wo ich nicht aufhöre, möchte er unbrauch werden.

Magister.

Mein lieber Freund! Es ist mir leid, dafern es sich so verhält, daß ihr mit Kopffschmertzen incommodiret werdet, es können wol dieselben aus einem verschleimten und verdorbenen Magen herkommen, sintemal ihr bishero viel Obst gessen, nicht aber von der Solution derer Problematum. Was hingegen die im Beutel eingerissene Schwindsucht anbetrifft, die ist wiederum vermittelst eurer Music und Assistenz eurer Eltern zu curiren möglich. Wir haben ja noch unterschiedliche Problemata vor uns, die wir noch solviren sollen, als aus der Astronomie, Geographie, Mechanic, Gnomonic, Physica, und so weiter.

Scholar.

Ich beziehe mich auf das von dem Herrn Magister gelernte Proverbium: Ultra posse nemo obligatur. Einem Menschen soll man nicht mehr zumuthen, als sein Vermögen præstiren kan.

Magi-

Magister.

Nachdem ich nun aus allen Umständen mercke, wie daß ihr keinen Sinn noch Lust habet, aus den allbereit recensirten Wissenschafften, die dahin zielende Problemata Algebraice zu solviren: Als will mit meinen Persuasoriis anstehen, und euch weiter nicht nöthigen, mehrere Problemata aufzulösen; Jedoch wolte ich euch gleichwol als ein guter Freund rathen, daß, sobald sich eure Kopff-Schmertzen legen werden, und der schwindsichtige Beutel sich in etwas erholen solte, daß ihr euch nach der Algebra speciosa vel litterali, einige wenige Aufgaben aufzulösen, unterrichten liesset, damit ihr euch in die neuen Algebraischen Schrifften auch finden, und die allbereit erlernte 4 Species der Algebræ literalis nützlich appliciren könnet.

Scholar.

Wenn Sie mich nur nicht lange damit aufhielten! Einen halben Monat wolt ich endlich noch daran spendiren.

Magister.

In einem halben Monate, kan man, mein lieber Freund, in dieser Geheimniß-vollen Buchstab-Rechnung nicht gar zu weit avançiren. Wenn es noch zum wenigsten 3 Monat wären, in welcher Zeit man noch was begreiffen kan.

Scho-

Scholar.

Weil es der Herr Magister vor rathsam befindet, so will auf dessen Einrathen noch einen Monat daran wenden, und wenn ich befinde, daß mir diese Rechnung meine Kopffschmertzen lindern werde, so will dieselbe weiter fortsetzen, wo aber nicht, so werde ich kaum den halben Monat aushalten. Inzwischen fahren Sie in ihrer Information mit Göttlicher Hülffe fort.

Magister.

Gar gerne. Ihr müsset aber vorhero, ehe wir zur Auflösung derer Problematum schreiten, nachfolgende Regeln beobachten:

Die erste Regel.

Was in der Aufgabe bekannt ist, unterscheide man wohl von dem, was unbekannt ist.

Decl. Denn eine iegliche, der Vernunfft gemässe Aufgabe hat etwas unbekanntes: Das bekannte wird zu dem Ende gegeben, vermittelst welchen man das Unbekannte suchen, und solcher Gestalt die Aufgabe auflösen könne. Z. E. Es hat einer zwey Bücher gekaufft, vor 30 gl. Vor das andere hat er 6 gl. mehr gegeben als für das erste. Er fraget mich, wie viel iegliches Buch besonders gekostet? In welcher Aufgabe mir zwey Dinge bekannt gemacht werden. Erstlich wird gesagt, daß

die gantze Summa vor beyde Bücher 30 gl. betrage. Hernach, wie daß der Unterscheid zwischen beyden Büchern sich auf 6 gl. belauffe. Wie viel nun ein iedes Buch gekostet, ist mir noch unbekannt, und zu erforschen aufgegeben worden.

Die andere Regel.

Man gebe iedem Dinge seinen Nahmen, was bekannt ist, nenne man mit den ersten Alphabets-Buchstaben, entweder mit A, oder B, oder C, oder D, u. s. w. Hingegen was unbekannt ist, nenne man mit den letzten, als X, oder Y, oder Z.

Decl. In gegenwärtiger Aufgabe nenne man die 30 gl. nach Belieben entweder a oder b, oder auch s, anzudeuten, daß es die Summa der Bücher sey; Die 6 gl. aber nenne man u, weil sie den Unterscheid oder Uberschuß machet. Ferner, das erste Buch nenne man x, und das andere y.

Die dritte Regel.

Suchet man so viel Æquationes oder Gleichungen, als viele unbekannte Buchstaben vorhanden, und schreibet sie ordentlich nieder.

Decl. In der gegebenen Aufgabe suche man nach der Zahl der unbekañten Buchstaben x und y,

zwey

zwey Æquationes oder Gleichungen, und bemercket mit den Zeichen, was in der Aufgabe mit Worten exprimiret worden ist. Die erste Vergleichung bestehet in diesen Worten: Es hat einer zwey Bücher gekaufft vor 30 gl, die schreibet man mit Zeichen also: $x \dagger y = s$, das ist, die unbekannte Zahl x nebst dem unbekannten y ist der bekannten Summe gleich. Die andere Gleichung ist in diesen Worten enthalten: Vor das andere Buch hat er 6 gl. mehr gegeben, als vor das erste, dieses setzet man in die Æquation also: $x \dagger u = y$, das ist, der noch unbekannte Preiß, nemlich x, nebst dem angegebenen und bekannten Preisse u, ist der Summe y gleich. Stehen beyde Gleichungen also:

erste Gleichung	andere Gleichung
$x \dagger y = s$	$x \dagger u = y$.

Die vierdte Regel.

Wenn in den Æquationibus das Bekannte mit dem Unbekannten vermischet ist, oder mehr als ein Unbekanntes beysammen stehet, so muß man ein Unbekanntes auf die eine Seite, und das Bekannte auf die andere bringen.

Decl. In den vorigen Æquationibus findet sich dieses beydes, nemlich in der ersten Gleichung $x \dagger y = s$ finden sich zwey unbekannte Quantitæten als $x \dagger y$ auf einer Seiten bey-

sammen; In der andern aber, nemlich x † u = y finden sich vermischet, als x † u. So lange eines von beyden noch Raum hat, ist die Rechnung noch nicht zum Ende gebracht; So bald ich aber wahrnehme, daß ich eine von den Gleichungen so weit gebracht, daß auf einer Seiten nur ein Unbekanntes, auf der andern aber lauter Bekannte stehen, so hab ich schon den Werth desselben Unbekannten, der allein stehet, gefunden. Stehet also:

$$\frac{s \dagger u}{2} = y$$

Wenn ich nun diese Æquation oder Gleichung heraus gebracht, als habe allbereit den Werth des y vor Augen, und weiß solchergestalt, wie viel das andere Buch, welches mit y bemercket ist, gekostet.

Nachdem ich euch nun die vier Regeln, welche bey der Solution derer Algebraischen Problematum wohl zu mercken sind, erkläret, als wollen wir vermittelst derselben das allbereit proponirte Kinder-Exempel folgender Massen elaboriren:

30 gl. = s	erstes Buch = x
6 gl. = u	anderes Buch = y

erste Gleichung	andere Gleichung
x † y = s	x † u = y

Nachdem nun dieses Problema nach den obigen 3 Regeln gestellet, als nehmet die erste Gleichung

chung vor, und ziehet eine Linie darunter, und bringet nach der dritten Regel der Gleichung das x allein, das ist, werffet † y auf die andere Seite, und verwechselt das Zeichen, kommt: $x = s - y$. 2) Nehmet auch die andere Gleichung vor euch, und bringet das x gleichfalls auf diese Art allein, wie folget:

1 Gleichung	2 Gleichung
x † y = s	x † u = y
x = s − y	x = y − u

Oder nach der ersten Regel der Gleichung:

x † y = s	x † u = y
† y † y	† u † u
x = s − y	x = y − u.

Wollt ihr aber fragen: Warum ist denn in beyden Gleichungen ein und derselbe unbekannter Buchstabe, nemlich x, auf eine Seite gebracht worden? Als dienet zur Antwort: Es ist darum geschehen, daß man das x abschaffen, und eine neue Gleichung machen konte, worinnen nur das unbekannte y zu finden sey. Denn darinnen bestehet eben die Kunst, daß man die unbekannten Buchstaben bis auf einen abschaffe, nach der gegebenen dritten Regel.

Wollt ihr noch ferner fragen: Wie man denn eine neue Gleichung anstellen soll? Antwort: Man nimmet die beyden andern Seiten des

allein gebrachten Unbekannten aus beyden Gleichungen, und setzet sie zusammen zu einer neuen. Als nehmet allhier $s - y$ und $y - u$, und lasset das x in beyden stehen, kommt $s - y = y - u$. Vermittelst des Grundsatzes der Rechen-Kunst: Zwey oder mehr Grössen, die einer andern gleichen, gleichen ihnen selbst. Als hier gleichet $s - y$ und $y - u$ dem x, wie in denen vorhergehenden Gleichungen zu sehen. Dieweil sie nun ein gleiches Verhältniß oder Ration unter sich haben, so müssen sie auch unter einander gleich seyn.

Unter diese neue Gleichung ziehet abermals eine Linie, und werffet $-y$ zur Rechten, $-u$ aber zur Lincken, und verwechselt beyder Zeichen, wie zu sehen:

$$s - y = y - u$$

$$s + u = 2y$$

Aus dieser Gleichung könnet ihr allbereit ersehen, was y bedeute, das ist, wieviel das andere Buch kostet, sintemal nach der gefundenen Gleichung $s + u = 2y$, oder $2y = s + u$, das ist, zwey solcher Bücher kosten $30 + 6$ oder 36 gl, woraus man gar leichte sehen und mercken kan, daß man beydes gleich theilen soll, nemlich in die Helffte $y = 18$, oder daß das andere Buch 18 gl. kostet. Dahero weiß man nun auch, was das erste gekostet, nemlich 12 gl. dieweil vor das andere 6 gl. mehr gegeben worden sind, als vor das erste.

Notan-

Notandum.

Bey diesem Kinder-Problemate könte man es nun bewenden und gut seyn lassen. Aber um ein Modell zu geben, wie man in andern Problematibus, die viel schwerer und nachdenckli-cher sind, procediren müsse, als wird noch eins und das andere anzumercken seyn. Und zwar erstlich, wie die Algebra literalis gäntzlich zu vollbringen, und vors andere, wie die Solutio literalis nebst der Probation zu verrichten sey?

Was das erste anbetrifft, so sehet ihr selber daß die letzt gefundene Æquation $s + u = 2y$ durch 2 müsse getheilet werden. Denn, weil darinnen $2y$ stehen, ihr aber das y gerne allein haben wollet, als muß beyderseits die Theilung durch 2 geschehen, und mercket anbey iederzeit wohl: Was durch die Multiplication zusammen hanget, als $2y$, das muß durch die Division getrennet werden, welches auch allbereit bey der fünften Regel der Gleichung gesaget worden. Stehet also:

$$s - y = y - u$$

$$s + u = 2y$$

$$2)\ \frac{s + u}{2} = y$$

Was Solutionem literalem oder Zahl-künstige Auflösung anbetrifft, so nehmet die letzte Gleichung, als worinn der unbekannte, nemlich y,

auf der einen Seiten alleine stehet, und sein Werth in lauter bekannten Buchstaben auf der andern Seite. Hierauf schreibet die bekannten Buchstaben hin samt ihrem Werth, und thut alles, was die Zeichen von euch begehren, nemlich das † heisset addiren, und das Zeichen — subtrahiren. Der Strich unter s † u samt der 2 darunter, heisset durch 2 dividiren. Das x aber, den übrigen unbekannten Buchstaben, suchet in einer Gleichung die am leichtesten ist, als zum Exempel in der eingerichteten andern Gleichung x = y — u, schreibet hin den Werth y, und des u seinen darunter, und ziehet beyden ab, so ists gemacht, wie folget:

Das Y	Das X
s = 30	y = 18
u = 6	u = 6 subtr.
s † u = 36	y — u = 12
2) $\frac{s \dagger u}{2} = 18$	oder:
oder:	x = 12
y = 18	

Probatio.

Wird folgender Gestalt gemacht: Nehmet die anfänglichen Gleichungen, eine nach der andern, und schreibet ihren gefundenen Werth mit Ziffern darunter, und wenn derselbe eine Gleichung machet, so ist die Elaboratio richtig, nemlich:

1 Glei-

1 Gleichung	2 Gleichung
$x + y = s$	$x + u = y$
$12 + 18 = 30$	$12 + 6 = 18$
$30 = 30$	$18 = 18$

Gleich wie in gegebener Solution allererst der Werth des y gesuchet, und hernach durch die zahlkünstige Auflösung das x: Also kan man im Gegentheil erst das x, und hernach das y suchen, und zwar nach eben denen allbereit angeführten Regeln:

1 Gleichung	2 Gleichung
$x + y = s$	$x + u = y$
$y = s - x$	

Daß ich die andere Gleichung allhier zu ändern nicht nöthig habe, sollt ihr wissen, weil das y darinnen schon allein stehet. Machet hingegen darauf folgende neue Gleichung:

$$s - x = x + u$$

$$s - u = 2x$$

$$2)\ \frac{s - u}{2} = x.$$

Zahl-künstige Solutio:

Das X

$s = 30$

$u = 6$ subtr.

$s - u = 24$

2) $\frac{s - u}{2} = 12$

oder:

$x = 12$

Das Y

$x = 12$

$u = 6$

$x + u = 18$

oder:

$y = 18$

Der Werth des y ist allhier aus der andern Gleichung gesuchet, da es am füglichsten geschehen kan.

Aus dieser Analysi oder Solution dergleichen Problematum fliesset ein gedoppelter Nutzen: 1) Ist diese Solution als ein allgemeines Modell anzusehen, vermittelst welchen viele andere Aufgaben von dergleichen Art können solviret werden. 2) Giebt sie eine vortheilhaffte Regel an die Hand, wie man alle dergleichen Problemata geschwinde auflösen könne. Z.E. Aus folgenden Gleichungen:

1) $\frac{s + u}{2} = y$ 2) $\frac{s - u}{2} = x$

kan ich alsobald den Werth sowol des y, als auch des x ersehen. Die erste Solution deutet an, daß, wenn die Summa und der Uberschuß u, halbiret wird, die Helffte dem Grössern, so man suchet, nemlich y gleichet. Hingegen die andere

andere Solution zeiget an, daß, wenn die Summa, weniger des Uberschusses u halbiret wird, die Helffte dem kleinern Quanto, nemlich x, gleichet.

Diese Erklärung kan nun zur folgenden Haupt-Regel dienen: **Die Helffte der Summe nebst der Helffte des Uberschusses machet die grössere Quantität; Hingegen die Helffte der Summe weniger die Helffte des Uberschusses machet die kleinere Quantität.** Z. E. lasset die Summe 30, und die Differenz beyder Grössen 6 seyn. Wollt ihr nun beyder Grössen ihre eigentliche Grösse in Ansehung ihrer Differenz suchen, so nehmet die Summe 30 halb, thut 15, ingleichen 6 die Differenz halb, thut 3, addiret 15 und 3, kommt 18 vor die grössere Quantität; Ferner, nehmet abermal die Summe 30 halb, thut 15, nehmet auch die 6 halb, ist 3, subtrahiret sie von der Helffte der Summe, kommt 12 vor die kleinere Quantität.

Und damit ihr euch in diese Algebraische Zauberey, wie ihr zu schertzen pfleget, noch besser finden möget, als wollen wir nach diesem Modell auch das andere Kinder-Problema, welches wir sowol nach der Algebra numerosa, als auch nach der gemeinen Arithmetique aufgelöset, elaboriren, welches also lautet: Es haben ihrer zwey zusammen 400 thlr, der andere aber hat 84 mehr als der erste. Wird gefragt: Wieviel Thaler ein jeder habe?

Elabo-

Elaboratio.

400 = s.	Der erste = x
84 = u.	Der andere = y.
1) Gleichung	2) Gleichung
$x + y = s$	$x + u = y$
$x = s - y$	$x = y - u.$

Neue Gleichung:

$$s - y = y - u$$

$$s + u = 2y$$

$$2)\quad \frac{s + u}{2} = y$$

Zahl-künstige Auflösung:

Das Y	Das X
$s = 400$	$y = 242$
$u = 84$ add.	$u = 84$ subtr.
$s + u = 484$	$y - u = 158$

$$2)\quad \frac{s + u}{2} = 242$$

oder:

$y = 242$

oder:

$x = 158$

Proba-

Probatio.

1) Gleichung	2) Gleichung
x † y = s	x † u = y
158 † 242 = 400	158 † 84 = 242
400 = 400	242 = 242.

Declaratio bleibt hier weg, weil diese Aufgabe nach dem vorhergehenden Modell oder Muster ist solviret worden.

Scholar.

O! Herr Magister, welcher Weitläufftigkeit ist man nicht unterworffen, wenn man nach der Algebra speciosa vel litterali, nur eine Kinder-Aufgabe, wie vorhergehende zwey gewesen sind, auflösen soll. Ich habe mehr als eine gantze grosse Tafel voll Æquationes oder Gleichungen machen, und viel Kreide gebrauchen müssen, ehe und bevor ich es habe heraus bringen können, wie viel iedes Buch gekostet? Per Algebram numerosam & Arithmeticam vulgarem hingegen ist die Beantwortung und Auflösung dieser Kinder-Aufgabe nur mit gar wenig Ziffern verrichtet worden. O! wie beklage ich meine Mühe, Zeit und Geld, so ich auf die Erlernung und Begreiffung derer vier Specierum Algebræ speciosæ vel literalis anwenden müssen. Was vor Mühe hat mich es auch gekostet, so viele Buchstaben, und so viele wunderliche Zeichen in den Kopff zu bringen, daß ich mir dahero viele

Kopff-

Kopff-Schmertzen verursachet, und nun sehe ich denjenigen vortrefflichen Nutzen nicht, der mir versprochen worden ist. Ich meynete im Anfange, wie leichte und geschwinde wird nicht allein eine iede Algebraische, sondern auch eine iede Kauffmann- und Oeconomische Aufgabe ohne Ansetzung einer Feder ex tempore aufzulösen und dieselbe zu beantworten seyn.

Magister.

Mein Freund! Ihr habt mir alsbald beym Antritte dieser Algebraischen Information allerhand, theils verdrüßliche, theils scoptische, theils nützliche, theils auch lustige Einwendungen, und Einfälle vorgebracht, daß ich offtmals aus Ungedult diese Information habe abandonniren wollen; Allein auf das Zureden der Gedult, habe meinen Vorsatz allemal geändert, die mir auch voriezo euer unzeitiges Raisonniren und Einwenden über die vermeynte Weitläufftigkeit der Algebræ speciosæ folgender Massen zu stillen suadiret: Mein Freund! ihr sollet zu euerm Soulagement wissen, wie daß man bey Auflösung eines Algebraischen Problematis nicht allemal so weitläufftig gehen müsse, wie ihr schon bey Auflösung des andern Kinder-Exempels allbereit gesehen, sondern der sich in der Praxi feste gesetzet, und dahero alle Vortheile inne hat, derselbe kan ein Algebraisches Problema nach wenigen Nachsinnen solviren. Durch obiges erstes Kinder-Exempel, und von euch eingewendeten Weitläuff-

läufftigkeit, habe euch nur überhaupt der Algebræ ihren gewöhnlichen Procefs nebst allen hierzu benöthigten Anmerckungen zeigen wollen. Und gesetzt, daß zuweilen die Algebra in etlichen Aufgaben zu weitläufftig fallen will, so zeiget sie mir doch durch ihre an die Hand gegebene Operation dasjenige Theorema, das zur Auflösung des Problematis gehöret: Als durch ihre viele Gleichungen der beyden obigen Kinder-Aufgaben ist das Theorema herausgebracht worden, daß man sowol die Summe, als auch den Uberfluß oder Unterscheid mit 2 dividiren soll, welches ich nach der gemeinen Arithmetique nur errathen muß, aber die Ursache eigentlich nicht sagen kan.

Scholar.

Ich will darwider keine weitere Einwendung machen, sondern bey des Herrn M. Meynung es beruhen lassen. Inzwischen ist es mein rechter Ernst, daß ich die Information in der Algebra fernerweit zu continuiren nicht in Willens bin, ich will mich damit, was und wieviel ich davon gelernet, vergnügen.

Magister.

Ey! Ey! Mein Freund, bedencket, was ihr thut. Ihr habt allbereit einen guten Grund und Anfang in der Algebra numerosa als auch speciosa geleget, darauf ihr ein schönes Algebraisches Gebäude aufrichten, ich meyne, die herr-

herrliche Wissenschafft dergestalt begreiffen, daß ihr die bisher edirten Algebraischen Schrifften nicht allein verstehen, sondern auch ihre in alle Wissenschafften lauffende Problemata verstehen lernen könnet. Wir haben ja noch vieles zurücke, als 1) Algebram fractionum, das ist, in gebrochenen Zahlen, 2) Algebram irrationalem, welche von denen Surdischen Algebraischen Quantitäten oder Grössen, u. s. w. handelt. Bedencket doch, sage ich: Wenn ein Landmann seinen Acker mit grosser Mühe und Unkosten durch das Ackern, Pflügen und Egen dergestalt zugerichtet, und den Saamen eingestreuet, daß er nachgehends siehet, wie die Saat schöne stehet, und gute Hoffnung zur reichlichen Erndte machet, derselbe aber wolte die Frucht nicht erwarten, sondern aus anderswo entstandener Ungeduld, und andern nichtigen Ursachen darvon gehen, würde man einen solchen Wirth nicht vor einen Thoren halten, daß er die Erndte nicht hat erwarten, und die Früchte einsammlen wollen.

Scholar.

Herr Magister. Sie mögen mir die Algeber noch so schön als sie immer können, nebst ihrem herrlichen Nutzen anpreisen, ich bleibe einmal bey meinem gefaßten Schlusse, vor dieses mal die Lectiones Algebraicas zu quittiren.

Jedoch, ich bitte zum Beschluß und Valet mir nachfolgendes Problema zu zeigen, wie es kan aufgelöset werden, welches also lautet:

Aus der gegebenen Summe zweyer ungleichen Grössen welche heissen a, die kleinere Grösse x, und die grössere y; Hingegen der Unterscheid beyder Grössen heisset b, die Grössen selber zu finden?

Dieses und dergleichen Problemata wo gar keiner Ziffer gedacht wird, scheinen meiner Vernunfft etwas unmögliches und unverständiges zu seyn. Diese Aufgabe ist in dem grossen Nürnbergischen Rechen-Buche, so Herr Johann Kleemann, Schreib- und Rechen-Meister in Altdorff, An. 1739 zum andern male ediren lassen, anzutreffen, allwo die Elaboration folgender Massen stehet:

$$x + y = a \text{ und } y - x = b$$

folglich

$$y = a - x \text{ und } y = b + x$$

demnach

$$\begin{array}{rcl} a - x & = & b + x \\ + x & & + x \\ \hline a & = & b + 2x \\ - b & & - b \\ \hline \text{ergo } a - b & = & 2x \\ \hline & \div & \\ \hline \frac{a - b}{2} & = & x \end{array}$$

Aus der gantzen Elaboration kan ich nun nicht klug werden, vielweniger aus der producirten Antwort: $\frac{a - b}{2} = x$ ersehen, worinnen das grössere Quantum und das kleinere, nebst dem Unterscheide bestehet. Wundere mich, daß der Mann sowol was die Elaboration, als auch Beantwortung anbetrifft, nicht deutlicher gangen ist, da er sonst durchs gantze Buch an der Deutlichkeit nichts fehlen lässet. Entweder hat er dieselbe Aufgabe selber nicht verstanden, oder hat sie als ein Geheimniß nicht entdecken wollen.

Magister.

Daran ist gar nicht zu zweifeln, daß er sie nicht soll als ein wohlgeübter Arithmeticus und Algebraista verstanden haben, sondern er hat es als ein Geheimniß, wie alle Algebraisten thun, vorbehalten, die Anfänger hiermit zu animiren, daß sie diesem Geheimnisse ferner selbst nachsinnen, und dasselbe ergründen sollen. Ich will euch aber Anfangs solche Elaboration nach denen allbereit oben vorgetragenen Gleichungen erklären, und sodann, wie man dergleichen Buchstab-Rechnung vermittelst der Ziffer-Rechnung verstehen soll. Wenn es demnach in der angeführten Elaboration stehet: $x + y = a$, das heist, die kleinere Grösse x, nebst der grössern Grösse y, ist dem a gleich, und die grössere Grösse y weniger x der kleiner ist dem b gleich, stehet also:

$$x + y = a \text{ und } y - x = b.$$

Verwechselt hierauf sowol die Buchstaben, als auch die Signa, welches so viel als Subtrahiren heisset, nach der oben gegebenen dritten Regel der Gleichung, nemlich werffet das y forne und das x hinten, nebst Verwechselung der Zeichen, kommt $y = a - x$; Ingleichen verwechselt auf der andern Seiten ihre Buchstaben und Zeichen, nemlich $y - x = b$, also $y = b + x$, Stehet also:

$$y = a - x \text{ und } y = b + x.$$

Und weil in dem ersten Satze, als auch in dem andern ein y stehet, als gehet y mit y auf, vermittelst gegebener Gleichungs-Regel, und kommt folgende Gleichung:

$$a - x = b + x.$$

Observiret hierauf die erste Gleichungs-Regel, und addiret hierzu $+ x + x$, kommt $a = b + 2x$. Stehet also:

$$\begin{array}{rcl} a - x & = & b + x \\ + x & & + x \\ \hline a & = & b + 2x. \end{array}$$

Item, procediret nach der ersten Gleichungs-Regel und sonst gegebenem Unterrichte, addiret $- b - b$ zu $a = b + 2x$, kommt $a - b = 2x$. Stehet also:

$$\begin{array}{rcl} a & = & b + 2x \\ - b & & - b \\ \hline a - b & = & 2x. \end{array}$$

Kommt heraus, daß $a - b$ zwey x gleich ist.

Scholar.

Den gantzen Procesß der Elaboration habe zwar vermittelst derer Buchstaben und vorher ergangenen Gleichungs-Regeln gefasset, und daß das a und b die ersten Buchstaben des Alphabets sind, als auch das x einer der letzten Buchstaben ist, habe allbereit als ein A B C-Schüler gewust; Item, daß das a die Summe

zweyer

zweyer Grössen, und — b den Unterscheid derselben andeuten soll; Ingleichen, daß diese beyde Buchstaben a — b, den beyden x gleichen sollen, ist mir aus der Aufgabe auch nicht unbekannt. Allein wieviel eigentlich das a — b nebst dem gedoppelten x den Ziffern nach bedeuten, und wie ich vermittelst derselben sowol die kleinere, als auch die grössere Quantität oder Grösse exprimiren soll, kan ich nicht begreiffen, dieses ist mir ein Geheimniß.

Magister.

Mein Freund! Dieses könnet ihr auf folgende Art begreiffen. Z. E. Lasset a als die Summe beyder Grössen 44, das x als die kleinere Grösse 17, die grössere Grösse y, so viel als 27, den Unterscheid b, so viel als 10 gelten, und procediret damit auf die Art wie ihr mit denen Buchstaben gethan, folgender Massen:

$$x + y = a \text{ und } y \div x = b$$

$$17 + 27 = 44 \text{ und } 27 - 17 = 10.$$

Item,

$$y = a \div x \text{ und } y = b + x$$

$$\cancel{27} = 44 - 17 \text{ und } \cancel{27} = 10 + 17$$

Item,

$$a \div x = b + x$$

$$44 \div 17 = 10 + 17$$

Item,

$$\begin{array}{rcl} a \div x & = & b \dagger x \\ \dagger x & & \dagger x \\ \hline a & = & b \dagger 2x \\ \hline 44 \div 17 & = & 10 \dagger 17 \\ \dagger 17 & & \dagger 17 \\ \hline 44 & = & 10 \dagger 34 \end{array}$$

Item,

$$\begin{array}{rcl} a & = & b \dagger 2x \\ \div b & & b \\ \hline a \div b & = & 2x \\ \hline 44 & = & 10 \dagger 34 \\ \div 10 & & \div 10 \\ \hline \dagger 34 & = & \dagger 34 \end{array}$$

Kommt auf beyden Seiten ein gleicher Numerus, aus welcher Gleichung oder Æquation nun zu schliessen, daß die kleinere Grösse 17, die grössere Grösse 27, und der Unterscheid 10, die gantze Summe aber 44 sey.

Scholar.

Ich dancke dem Herrn Magister vor die Eröffnung des Geheimnisses, dadurch haben Sie mich vollkommen contentiret. Ob zwar dergleichen Operationes einem, der sie nicht in der täglichen Ubung hat, sehr mühsam, und des Nachsinnens wegen, schwer fallen mögen, so ist doch diese

diese neuerfundene Manier zu rechnen nicht genung zu loben, weil man vermittelst derselben verborgene Dinge erforschen, und schwere Fragen auflösen kan, welche vermittelst der gemeinen Rechnung nicht zu præstiren sind. Und wenn ich durch einen guten Freund nicht hätte die Nachricht erhalten, wie daß an demjenigen Orte, wo derselbe wohnet, eine austrägliche Organisten-Stelle vacant worden wäre, dahin ich auf Einrathen reisen, und meine Person præsentiren soll; Als hätte mich gar leichte wieder persuadiren lassen, mit diesen Algebraischen Sinnen-Confect meine Person fernerweit zu vergnügen.

Magister.

Das ist ein ander Ding. Nachdem sich die Sache so verhält, wie daß ihr vermittelst der Music in Hoffnung stehet, einen Organisten-Dienst zu erhalten, und dahero dahin abreisen wollet, als kan ich euch durch allerhand Persuasoria die Algeber weiter fortzusetzen nicht aufhalten, sondern ich rathe euch vielmehr, alle Gelegenheit, die zu solchem Dienste was contribuiren kan, zu ergreiffen, darzu ich euch von oben herab, allen Göttlichen Segen und Beystand von Hertzen anwünsche, mit der Versicherung, daß ich euer guter Freund verbleiben will,

bis an mein seliges

ENDE.

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Pescheck, Christian,

M. Christian Peschecks, Gymn. Zitt. Coll. Senior & Mathem. Angehender Algebraista Welcher vermittelst etlicher Unterredungen, zwischen einem Magistro und dessen Scholar, in der unvergleichlichen Mathematischen Wissenschafft, Algebra Numerosa und Speciosa, dergestalt deutlich und begreifflich unterrichtet wird, daß ein Liebhaber dieser Wissenschafft

Zittau [1744]

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.141
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739943-5
VD18 15320456-ddd